Областное государственное автономное
профессиональное образовательное учреждение
“Алексеевский агротехнический техникум”

Методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы

по дисциплине ОУП.11 Математика

2023 г

РАССМОТРЕНО	УТВЕРЖДАЮ
предметно-цикловой методической комиссией	заместитель директора
председатель____________________	ФИО
Протокол №______ от _____________	

Организация-разработчик: областное государственное автономное профессиональное образовательное учреждение «ААТ»

Разработчики:
Скрыльникова О.В., преподаватель математики

Пояснительная записка

Самостоятельная работа - это вид учебной деятельности, которую студент совершает в установленное время и в установленном объеме индивидуально или в группе, без непосредственной помощи и указаний преподавателя, руководствуясь сформированными ранее представлениями о порядке и правильности выполнения действий.

Она призвана обеспечить:

- сознательное и глубокое овладение знаниями и умениями;
- формирование системы профессиональных знаний, способов деятельности, необходимых для решения профессиональных задач;
- ориентацию в потоке научной информации;
- развитие познавательной потребности, индивидуального стиля умственной деятельности, способности к саморефлексии;
- формирование самостоятельности как свойства личности.

Средством формирования этих качеств может быть только деятельностное участие студентов в учебном процессе посредством организации их самостоятельной работы на учебных занятиях и внеаудиторно.

Рабочей программой и учебным планом по дисциплине «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» предусмотрено 125 часов внеаудиторной самостоятельной работы. В программе и календарно-тематическом плане учебной дисциплины содержатся конкретные виды заданий, предназначенные для самостоятельной внеаудиторной работы.

Данное методическое пособие в соответствии с системой занятий в логической взаимосвязи, последовательности и преемственности выстраивает систему самостоятельной аудиторной и внеаудиторной деятельности студентов и предусматривает реализацию различных типов самостоятельной работы:

- по изучению нового материала: конспектирование текста; работа с дополнительной литературой;
- по закреплению и систематизации знаний: выполнение домашней контрольной работы;
- по развитию умений учебно-познавательной деятельности (в том числе умений организации учебного труда, работы с книгой и другими источниками информации).

По уровню учебно-познавательной деятельности реализуются воспроизводящие, реконструктивные, вариативные, творческие типы самостоятельной работы.

Условиями эффективной самостоятельной работы студентов являются:

- обеспечение правильного сочетания объемов самостоятельной аудиторной и внеаудиторной работы;
- методически правильная организация работы студентов в аудитории и вне ее;
- контроль за ходом осуществления самостоятельной работы, поощрение студентов за правильное выполнение.

Аудиторная работа студентов включается в учебный процесс в соответствии с логической последовательностью усвоения знаний, начиная с восприятия и далее, включая фазы понимания, осмысления, запоминания, применения, обобщения и систематизации. Она предусматривает работу с учебниками и справочниками, конспектирование нового материала, решение задач. Кроме того, существенным в каждой теме является блок, содержащий задания студенту для самопроверки усвоения знаний, умений, компетенций.

Выполнение внеаудиторной самостоятельной работы направлено не только на закрепление знаний и формирование умений, но и на освоение новых знаний.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

В качестве методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов используются: самоотчеты; контрольные работы.

Критериями оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы студента являются: уровень освоения студентом учебного материала; умения студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач; обоснованность и четкость изложения ответа; оформление материала в соответствии с требованиями.

Вопросы и задания составлены в соответствии с разделами и темами рабочей программы по дисциплине «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия».

Методические указания к отдельным темам

Раздел 1. Корни, степени, логарифмы

Тема 1.1 Действительные числа
Тема 1.2 Рациональные уравнения и неравенства

1. Составить конспект по теме: **«Метод математической индукции»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.1.3 стр.16-19 в учебнике Алгебра и начала анализа под редакцией С.М. Никольского, 10 класс.
2. Выпишите формулировку принципа математической индукции в тетрадь.
3. Разберите примеры 1-4 и запишите в тетрадь.
4. Ответьте на вопросы №1.30 стр.19 учебника (устно).
5. Выполните контрольные задания:

Вариант 1. №1.35(а), № 1.39(а), №1.43(а).
Вариант 2. №1.35(б), № 1.39(б), №1.43(б).

2. Составить конспект по теме: **«Делимость целых чисел»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.1.8 стр.35-37 в учебнике Алгебра и начала анализа под редакцией С.М. Никольского, 10 класс.
2. Выпишите в тетрадь:

- определения простого и составного чисел, взаимно простых чисел
- формулировки основной теоремы алгебры, теорем 1-2, леммы

3. Разберите пример и запишите в тетрадь.
4. Выполните контрольные задания:

Вариант 1. №1.84(а), №1.85(а)
Вариант 2. №1.84(б), №1.85(б)

3. Составить конспект по теме: **«Деление с остатком. Сравнения по модулю m»**

План выполнения работы.

1. Прочитайте п.1.9 стр.38-39 в учебнике Алгебра и начала анализа под редакцией С.М. Никольского, 10 класс.
2. Выпишите в тетрадь определение сравнения по модулю m.
3. Разберите примеры 1-4 и запишите в тетрадь.
4. Выполните контрольные задания:

Вариант 1. №1.95(а), №1.91(а)

Вариант 2. №1.95(б), №1.91(б)

<u>4. Составить конспект по теме:</u> **«Рациональные выражения»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.2.1 стр.44-46 в учебнике Алгебра и начала анализа под редакцией С.М. Никольского, 10 класс.
2. Выпишите определения нулевого многочлена, алгебраической дроби, рационального выражения, симметрического многочлена, в тетрадь.
3. Ответьте на вопросы №2.1 стр.147 учебника (устно).
4. Выполните контрольные задания:

Вариант 1. №2.4(а, б), № 2.6(а, в), №2.8(б).
Вариант 2. №2.4(в, г), № 2.6(б, г), №2.8(г).

<u>5. Выполнить контрольную работу по теме:</u> **«Применение формул сокращенного умножения»**

Вариант 1

1. Вычислите значение многочлена x^2-2xy+y^2 при x=$14\frac{11}{12}$, y=$8\frac{11}{12}$.

2. Найдите значение выражения $(6{,}375)^2$-$(7{,}375)^2$.

3. Из многочленов A=5x^2+4x-3 и B=-5x^2-2x+3 составлено выражение P=A^3+3A^2B+3AB^2+B^3. Найдите значение выражения P(x) при x=0,5.

4. Найдите значение выражения $\frac{x^3+y^3}{x^2-xy+y^2}-\frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2}$ при y=-0,25.

Вариант 2

1. Вычислите значение многочлена x^2+2xy+y^2 при x=$15\frac{12}{13}$, y=$-9\frac{12}{13}$.

2. Найдите значение выражения $(5{,}255)^2$-$(6{,}255)^2$.

3. Из многочленов A=3x^2+x+11 и B=3x^2-2x+11 составлено выражение P=A^3-3A^2B+3AB^2-B^3. Найдите значение выражения P(x) при x=0,1.

4. Найдите значение выражения $\frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2}-\frac{x^3+y^3}{x^2-xy+y^2}$ при y=0,35.

<u>6. Выполнить контрольную работу по теме:</u> **«Рациональные уравнения»**

Вариант 1

Решите уравнения

А) $\frac{x^2-9}{x^3+2x^2+9}=0$;

Б) $\frac{2}{x-1}+\frac{x}{x-2}=1$;

В) $\frac{x}{x+1}+\frac{4x+5}{x^2+3x+2}=0$;

Г) $\frac{x^2}{x-1} - \frac{15}{x\ \ + x - 6} + \frac{x}{x+3} = x$;

Д) $\frac{x^2 - 2x}{x-6} + \frac{12}{x-5} + \frac{96}{x^2 - 11x + 30} = x + 1$.

Вариант 2

Решите уравнения

А) $\frac{x^2 - 16}{x^3 + 3x^2 + 16} = 0$;

Б) $\frac{4}{x-2} + \frac{x}{x-4} = 1$;

В) $\frac{x}{x+3} + \frac{4x+6}{x^2 + 4x + 3} = 0$;

Г) $\frac{x^2}{x-3} - \frac{45}{x\ \ - x - 6} + \frac{x}{x+2} = x$; Д) $\frac{x^2 - 3x}{x-4} + \frac{12}{x-5} + \frac{24}{x^2 - 9x + 20} = x - 1$.

7. Выполнить контрольную работу по теме: **«Рациональные неравенства»**

Вариант 1

Решите неравенства

А) (x-2)(x+3)(x-4)〉0;

Б) $\frac{(x-1)(x+2)}{(x-5)^2} \le 0$;

В) $\frac{(x+1)(x+2)^2}{x-3} \le 0$;

Г) $\frac{2x-1}{x+3} \ge 1$;

Д) $\frac{x}{x+3} - \frac{3}{x-1} + \frac{13}{x^2 + 2x - 3} \le 0$.

Вариант 2

Решите неравенства

А) (x+2)(x-3)(x-4)〈 0;

Б) $\frac{(x+5)(x-2)}{(x-1)^2} \ge 0$;

В) $\frac{(x-2)(x+3)^2}{x+4} \ge 0$;

Г) $\frac{2x+1}{x-3} \le 1$;

Д) $\frac{x}{x-4} + \frac{5}{x-1} + \frac{24}{x^2 - 5x + 4} \le 0$.

8. Выполнить контрольную работу по теме: **«Системы рациональных неравенств»**

Вариант 1

Решите систему неравенств

А) x^2-x-12$\langle$0,

x^2-4x+3$\geq$0;

Б) x^2+x-2 EMBED Equation.3 $\geq$ 0,

$\frac{x+2}{x-4}\leq 0$;

В) $\begin{matrix} |x| \leq 2, \\ x^2 - x - 6 \geq 0 \end{matrix}$.

Вариант 2

Решите систему неравенств

А) x^2+x-2$\rangle$0,

x^2-x-12$\leq$0;

Б) x^2+2x-3 EMBED Equation.3 $\geq$ 0,

$\frac{x+3}{x-2}\leq 0$;

В) $\begin{matrix} |x| \geq 4, \\ x^2 - x - 12 \leq 0 \end{matrix}$.

Тема 1.3 Корень степени n

Тема 1.4 Степень положительного числа

1. Решить прикладные задачи на **«Сложные проценты»**

1) Во что обратится капитал в 46670 рублей через 13 лет, считая по $4\frac{1}{2}$% в год?

2) Отец положил в банк своему сыну при его рождении капитал в 3000 рублей, который к совершеннолетию сына равнялся 8357 рублям 89 копейкам. На какие проценты был положен капитал?

3) Капитал в 6000 рублей отдан в рост по 5% и по прошествии каждого года сверх прибавляемых процентов увеличивался еще 500 рублями. Какой составился капитал через 10 лет?

2. Решить прикладные задачи по теме **«Приближенные вычисления»**

В справочнике приведена приближенная формула, справедливая для малых (по модулю) значений x: $(1+x)^r \cong 1+rx+\frac{r(r-1)}{2}x^2$.3 ^{2} .

Найдите приближенные значения следующих чисел:

$\sqrt[3]{1{,}02}$, $0{,}998^{\frac{1}{3}}$, $1{,}01^{\frac{3}{4}}$, $\sqrt[4]{0{,}98^3}$, $\sqrt[5]{1{,}05}$, $\frac{1}{\sqrt{0{,}996}}$.

3. Решить задания по теме **«Иррациональности»**

1) Приведите выражения к виду a+b$\sqrt{3}$.3 $\sqrt{3}$.

1) (3+2$\sqrt{3}$.3 $\sqrt{3}$)(1-4$\sqrt{3}$.3 $\sqrt{3}$); 2) (2-$\sqrt{3}$.3 $\sqrt{3}$)^3; 3) $\frac{1}{7-4\sqrt{3}}$;

4) $\frac{5+2\sqrt{3}}{-4+2\sqrt{3}}:\frac{5-2\sqrt{3}}{4+2\sqrt{3}}$.

2) Вычислите $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$.

4.Решить задания по теме **«Золотое сечение»**

Золотая пропорция, или, как ее называл Леонардо да Винчи, золотое сечение, - это деление отрезка AC на две части таким образом, что большая его часть AB относится к меньшей BC так, как весь отрезок AC относится к AB. Эту пропорцию принято обозначать греческой буквой Ф и записывать через число Ф=$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

1) Проверьте равенство Ф^2=1+Ф.
2) Проверьте, что Ф+$\frac{1}{\hat{O}}=\sqrt{5}$.
3) Выразите через Ф сторону правильного пятиугольника, вписанного в окружность радиусом, равным единице.

5. Выполнить контрольную работу по теме: **«Степени и корни»**

Вариант 1

1. Вычислите:

а) 5+$\sqrt[3]{-64}$; б) 4+$\sqrt[4]{81}$; в) $\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[4]{8}$; г) $\frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}}$;

д) (2-$\sqrt[3]{6}$)(4+2$\sqrt[3]{6}$ +$\sqrt[3]{36}$).

2. Упростите, применив формулы сокращенного умножения:

а) (a-b$^{\frac{1}{2}}$)^2 +(a+ b $^{\frac{1}{2}}$)^2 ; б) (a$^{\frac{1}{3}}$+2b $^{\frac{1}{2}}$)^2 -(a$^{\frac{1}{3}}$ -2b $^{\frac{1}{2}}$)^2 ;

в) (a$^{\frac{1}{4}}$ -b $^{\frac{1}{2}}$)(a$^{\frac{1}{4}}$ +b $^{\frac{1}{2}}$); г) (a$^{\frac{1}{2}}$ +b)(a-a$^{\frac{1}{2}}$ b+ b^2).

3. Упростите (($\sqrt[4]{a}$ -$\sqrt[4]{b}$)$^{-2}$+($\sqrt[4]{a}$ +$\sqrt[4]{b}$)$^{-2}$):$\frac{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}{a-b}$.

Вариант 2

1. Вычислите:

а) 4+$\sqrt[3]{-27}$; б) 3+$\sqrt[4]{16}$; в) $\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt[3]{16}$; г) $\frac{\sqrt[4]{162}}{\sqrt[4]{2}}$;

д) (3+$\sqrt[3]{7}$)(9-3$\sqrt[3]{7}$ +$\sqrt[3]{49}$).

2. Упростите, применив формулы сокращенного умножения:

а) (b$^{\frac{1}{2}}$ +a)^2 +(b$^{\frac{1}{2}}$ -a)^2 ; б) (a$^{\frac{1}{4}}$ -2b $^{\frac{1}{3}}$)^2 -(a$^{\frac{1}{4}}$ +2b $^{\frac{1}{3}}$)^2 ;

в) $(a^{\frac{1}{2}}$-$b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{2}}$+$b^{\frac{1}{4}})$; г) $(a^{\frac{1}{2}}$-b)(a+$a^{\frac{1}{2}}$ b+ b^{2}).

3. Упростите ($\frac{\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{y}}{\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{y}}-\frac{\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{y}}{\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{y}}$)($y^{-\frac{1}{2}}$-$x^{-\frac{1}{2}}$).

Тема 1.5 Логарифмы

1. Решить задания по теме **«Основание логарифмов»**

1) Во сколько раз логарифмы чисел по основанию 2 больше логарифмов этих же чисел по основанию 8?

2) Найдите А, если $\log_2$ A=$\log_{\frac{1}{4}}$ k + $\log_{\frac{1}{2}}$ k + $\log_2$ k+ $\log_4$ k.

3) Докажите, что $\frac{1}{\log_a x}+\frac{1}{\log_b x}+\frac{1}{\log_c x}=\frac{1}{\log_{abc} x}$.

2. Выполнить контрольную работу по теме: **«Логарифмы»**

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\log_2$.3 $_2\frac{1}{8}$.3 $\frac{1}{8}$; б) $\log_{\frac{1}{2}}\frac{\sqrt{2}}{4}$.3 $_{\frac{1}{2}}\frac{\sqrt{2}}{4}$; в) lg0,0001; г) $\log_4 32$.3 $_4 32$; д) ln e^{-3}.

2. Вычислите:

а) $\frac{\log_3 36}{\log_3 6}$; б) $\log_2$.3 $_2$ $\log_2$.3 $_2$ 16; в) 2$\log_2$.3 $_2$ 6- $\log_2$.3 $_2$ 9;

3. Упростите выражение:

а) $\log_2 18$+ $\log_2 3$- $\log_2 27$;

б) $\log_9 16$- $\log_9 48$+ $\log_9 27$;

в) $0{,}5^{\log_6 36+\log_{0,5} 3}$;

г) $5^{\log_5 3-\log_2 8}$.

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $\log_3$.3 $_3\frac{1}{27}$.3 $\frac{1}{27}$; б) $\log_{\frac{1}{3}}\frac{\sqrt{3}}{9}$.3 $_{\frac{1}{3}}\frac{\sqrt{3}}{9}$; в) lg0,001; г) $\log_9 27$.3 $_9 27$; д) ln e^{-4}

.

2. Вычислите:

а) $\frac{\log_4 49}{\log_4 7}$; б) $\log_3$.3 $_3$ $\log_3$.3 $_3$ 27; в) 2$\log_4$.3 $_4$ 6- $\log_4$.3 $_4$ 9;

3. Упростите выражение:

а) $\log_3 6$+ $\log_3 16$+ $\log_3 8$;

б) $\log_6 14$+ $\log_6 3$- $\log_6 7$;

в) $6^{\log_5 0,2+\log_6 15}$.3 $^{\log_5 0,2+\log_6 15}$;

г) $3^{\log_3 6}$ EMBED Equation.3 $\cdot\log_2 16$.

Тема 1.6 Показательные и логарифмические уравнения и неравенства

1. Выполнить контрольную работу по теме: **«Показательные уравнения»**

Вариант 1

Решите уравнения:

1) $2^x = 64$;
2) $4^x = 2$;
3) $3^{x+1} = 9$;
4) $4^{x-1} = 1$;
5) $2^x * 3^x = 36$;
6) $2^x = 5^x$;
7) $(\frac{1}{2})^x = 8$;
8) $2^{2x+1} = \frac{1}{8}$;
9) $7^{-x} = 49$;
10) $\frac{5}{5^{x+1}} = 1$.

Вариант 2

Решите уравнения:

1) $3^x = 27$;
2)$9^x = 3$;
3)$2^{x+2} = 8$;
4)$5^{2x-1} = 1$;
5)$2^x * 4^x = 64$;
6)$3^x = 7^x$;
7)$(\frac{1}{4})^x = 16$;
8)$3^{3x+2} = \frac{1}{3}$;
9)$6^{-x} = 36$;
10)$\frac{7}{7^{x+3}} = 1$.

2. Выполнить контрольную работу по теме: **«Логарифмические уравнения»**

Вариант 1

Решите уравнения:

1)$\log_2(2x - 2) = 3$;
2)$\log_7(x - 1) = \log_7 6$;
3)$\ln(x + 1) = \ln(5 - x) + \ln 2$;
4)$\log_2(x + 1) - \log_2(8 - x) = 2$;
5)$\log_3 5 + \log_3(x - 1) = 1$.

Вариант 2

1)$\log_3(x - 3) = 2$;
2)$\log_4(x + 4) = \log_4(2x - 1)$;
3)$\lg(x - 3) = \lg 3 + \lg(7 - x)$;
4)$\log_2(7+x) - \log_2(1 - x) = 2$;
5)$\ln(x + 1) + \ln(x - 1) = \ln 8$.

Раздел 2. Тригонометрия

Тема 2.1 Синус и косинус угла

Тема 2.2 Тангенс и котангенс угла

1. Решить задания по теме **«Прямоугольный треугольник»**

В прямоугольном треугольнике ABC a и b – катеты, c – гипотенуза, α и β - острые углы, противолежащие сторонам a и b соответственно.

1) Найдите гипотенузу c, если $\alpha = 60^{\circ}$, b+c =14,7 см.
2) Найдите катеты и гипотенузу, если $\alpha = \beta$, а высота, опущенная на гипотенузу из вершины прямого угла, равна 10 см.

3) Найдите высоту, опущенную из вершины прямого угла на гипотенузу, если $\beta=30^\circ$, с=14 см.

2. Составить конспект по теме: **«Введение вспомогательного угла при решении тригонометрических уравнений и неравенств»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.11.8 стр.322-326 в учебнике Алгебра и начала анализа под редакцией С.М. Никольского, 10 класс.
2. Разберите и выпишите в тетрадь решение уравнения Asin x + Bcos x =0.
3. Разберите и выпишите в тетрадь примеры 1 – 6.
4. Выполните контрольные задания:

Вариант 1. №11.48(а - г), № 11.49(д - з), №11.50(а, б).
Вариант 2. №11.48(д - з), № 11.49(а - г), №11.50(в, г).

3. Выполнить контрольную работу по теме: «**Значения тригонометрических выражений**»

1. Дайте определение $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $tg\alpha$ и $ctg\alpha$ для произвольного угла α .

2. Приведите пример для угла α .

3. Найдите острый угол α , если:

а) $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\alpha = \frac{1}{2}$, $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

б) $tg\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $ctg\alpha = 1$, $tg\alpha = \sqrt{3}$.

4. Вычислите $\cos 165^\circ$.

5. Упростите выражение $(1+tg\alpha)(1+tg\beta)$, если $\alpha+\beta=\frac{\pi}{4}$.

4. Выполнить контрольную работу по теме: **«Сравнение тригонометрических выражений»**

1. Определите знак выражения

$\sin 8\cdot\cos 3\cdot tg1{,}8\pi\cdot ctg\frac{20\pi}{3}$.

2. Запишите выражение с помощью наименьшего положительного угла:

$\sin\frac{38\pi}{5}$; $\cos 4$.

3. Знакопостоянство тригонометрических функций.

4. При каких значениях x значения функции $y=2\cos\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)$ положительны?

5. Упростите выражение $2\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$.

5. Составить конспект по теме: **«Примеры использования арксинуса и арккосинуса»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.7.7 стр.225-229 в учебнике Алгебра и начала анализа под редакцией С.М. Никольского, 10 класс.
2. Разберите и выпишите решение задач №1-№6 в тетрадь.
3. Выполните контрольные задания:

Вариант 1. №7.94(а - г), № 7.95(а - в), №7.96(г - е).
Вариант 2. №7.94(д - з), № 7.95(г - е), №7.96(а - в).

Тема 2.3 Формулы сложения

1. Решить прикладные задачи по теме **«Вращательное движение»**
1) Точка Р имела координаты (1;0), затем ее передвинули по единичной окружности на угол $t=135^\circ$. Найдите новые координаты точки.
2) Точка Р расположена на единичной окружности и имеет координаты ($\frac{\sqrt{2}}{2};-\frac{\sqrt{2}}{3}$). Укажите угол между радиусом окружности, проведенным в эту точку, и осью ординат.
3) Точки P_1 и P_2 расположены на единичной окружности так, что угол между радиусами, идущими в эти точки, составляет 225° (против часовой стрелки). Абсцисса точки P_1 равна $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Найдите координаты точки P_2.

2. Выполнить контрольную работу по теме: **«Тригонометрические преобразования»**

1. Формулы приведения: **а)** сформулируйте правило;
б) приведите примеры;

2. Упростите $\frac{\sin(\pi+\alpha)\cdot\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)}{tg(\pi-\alpha)\cdot ctg(2\pi+\alpha)}$.

3. Упростите выражение $\frac{1+\sin\left(4\alpha+\frac{5}{2}\pi\right)}{\cos\left(4\alpha-\frac{3}{2}\pi\right)}$

4. Упростите выражение $3\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\pi}{4}\right)-1{,}5$.

5. Запишите формулы двойного угла.
Найдите:

а) $tg2\alpha$, если $\sin\alpha=\frac{12}{13}$, $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$;

б) $\cos 2\alpha$, $\sin\alpha+\cos\alpha=0{,}6$.

3. Выполнить контрольную работу по теме: **«Тригонометрические тождества»**

1. Упростите выражение $\frac{\sin\alpha-2\cos3\alpha-\sin5\alpha}{\cos\alpha+2\sin3\alpha-\cos5\alpha}$.

2. Докажите тождество $\frac{1-2\sin^2\alpha}{1+\sin 2\alpha}=\frac{1-tg\alpha}{1+tg\alpha}$.

3. Вычислите $\frac{6}{3\sin 2x-5}$, если $tgx=2$.

4. Дано: $\sin\alpha+\cos\alpha=0{,}8$. Найдите $\sin\alpha\ \cos\alpha$.

5. Докажите тождество $\sin 3\alpha=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha$.

4. Составить конспект по теме: **«Примеры использования арктангенса и арккотангенса»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.8.5 стр.249-254 в учебнике Алгебра и начала анализа под редакцией С.М. Никольского, 10 класс.
2. Разберите и выпишите в тетрадь решение задач 1 – 6.
3. Выполните контрольные задания:

Вариант 1. №8.44(1-3), № 8.45(г - е), №8.46(а - в).

Вариант 2. №8.44(5-7), № 8.45(а - в), №8.46(г – е).

Тема 2.5 Тригонометрические уравнения и неравенства

1. Составить конспект по теме: **«Неравенства, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.11.7 стр.319-321 в учебнике Алгебра и начала анализа под редакцией С.М. Никольского, 10 класс.
2. Разберите и выпишите в тетрадь примеры 1 – 4.
3. Выполните контрольные задания:

Вариант 1. №11.43(а, б), № 11.44(а, в), №11.45(а, в), №11.46(а, в).

Вариант 2. №11.43(в, г), № 11.44(б, г), №11.45(б, г), №11.46(б, г).

2. Выполнить контрольную работу по теме: **«Простейшие тригонометрические уравнения»**

1. Известно, что одним из корней уравнения $\cos x=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ является число $\frac{\pi}{12}$. Пользуясь формулой приведения, найдите второй положительный корень этого уравнения, не превосходящий 2π.

2. Решите уравнение:

1) а) $\cos x=0$; **б)** $\sin x=1$; **в)** $tgx=1$;

2) а) $\cos x-1=0$; **б)** $\sin x+1=0$; **в)** $3tgx=0$.

3. Зная, что φ - угол четырёхугольника, найдите все значения φ из уравнения:

а) $\cos\varphi = \frac{1}{2}$; **б)** $\sin\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

4. Решите уравнение:

1) а) $\sin 2x = 0$; **б)** $\cos 3x = 1$;
2) а) $\cos^2 x - \cos x = 0$; **б)** $\sin^2 x + \sin x = 0$;
3) а) $\cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x = 0$; **б)** $\sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x = 0$;
4) а) $\sin^2 x = -\cos 2x$; **б)** $\sin 2x = 2\cos x$.

5. Докажите, что уравнение не имеет корней:

а) $\sin x \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1$; **б)** $\frac{\cos 2x}{1 - 2\sin^2 x} = 0$.

3. Выполнить контрольную работу по теме: **«Тригонометрические уравнения»**

Решить уравнения и найти корни, расположенные на заданных промежутках. Ответ привести в градусах:

1. $\sin 2x = \frac{1}{2}$ на $(30°;90°)$.
2. $\cos\frac{x}{3} = -\frac{1}{2}$ на $[-360°;0° \ )$.
3. $tg\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -1$ на $(0°;180° \ ]$.
4. $\sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) = -\frac{1}{2}$ на $[0°;90°]$.
5. $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\cos\left(7x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$ на $[55°;65°]$.
6. $\cos^2 x + 3\cos x = 0$ на $[0°;90°]$.
7. $\cos x = \sin 2x \cos x$ на $[0°;60°]$.
8. $\cos x \sin x = \frac{1}{4}$ на $[0°;45°]$.
9. $\sin 3x + \sin x = 2\sin 2x$ на $[90°;180°]$.
10. $2\sin^2 3x + 5\sin 3x = 0$ на $[90°;180°]$.
11. $\sin x \cos 2x + \cos x \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ на $(20°;70°)$.
12. $2\sin^2 2x - 1 = 0$ на $(0°;45°)$.
13. $\sin \pi x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ на $(0{,}5;1)$.
14. $\sin x = \sin 3x$ на $(0°;90°)$.
15. $\sin 2x = (\cos x - \sin x)^2$ на $(0°;45°)$.

Раздел 3. Геометрия
Тема 3.1 Аксиомы стереометрии и их простейшие следствия

1. Составить конспект по теме: **«Понятие об аксиоматическом способе построения геометрии»**

План выполнения работы

1. Прочитайте стр.184-188 в учебнике Геометрия под редакцией Л.С.Атанасяна, 10 – 11 класс.
2. Разберите две группы аксиом: взаимного расположения точек, прямых и плоскостей и понятий наложения и равенства фигур и запишите в тетрадь.

2. Составить конспект по теме: **«Ортогональное проектирование»**

Определение. Параллельное проектирование, при котором проектирующие прямые перпендикулярны к плоскости проекций, называется ***ортогональным проектированием***.

Ортогональное проецирование является частным случаем параллельного проецирования, когда направление проецирования S перпендикулярно плоскости проекции П'.

Поскольку ортогональное проектирование является частным случаем параллельного проектирования, для него справедливы все рассмотренные выше свойства параллельного проектирования.

Для изображения куба или прямоугольного параллелепипеда в ортогональной проекции, выясним сначала, куда при ортогональном проектировании переходят ребра прямого трехгранного угла, т.е. такого, у которого все плоские углы прямые.

Пусть дан прямой трехгранный угол с вершиной S и ребрами a, b и c. Плоскость π пересекает эти ребра (рис. 13). Обозначим через O ортогональную проекцию вершины S на плоскость π. Тогда прямые AO, BO и CO будут соответственно ортогональными проекциями прямых SA, SB и SC. Докажем, что точка O является ортоцентром треугольника ABC (точка пересечения высот) и, таким образом, прямые AO, BO и CO содержат высоты треугольника ABC.

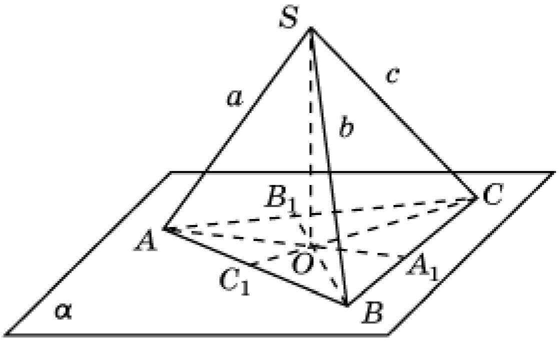


Рис. 13

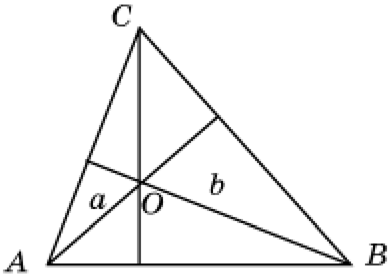


Рис. 14

Действительно, прямая *SC* перпендикулярна прямым *SA*, *SB* и, следовательно, перпендикулярна плоскости *SAB*. Прямая *AB* лежит в этой плоскости и, следовательно, перпендикулярна *SC*. Прямая *CO* является ортогональной проекцией прямой *SC* и, следовательно (по теореме о трех перпендикулярах), перпендикулярна *AB*. Значит, прямая *CO* содержит высоту CC_1 треугольника *ABC*. Аналогичным образом доказывается, что прямые *AO* и *BO* содержат высоты AA_1 и BB_1 треугольника *ABC*.

Используя доказанное утверждение, построим ортогональную проекцию прямого трехгранного угла. Для этого нарисуем треугольник *ABC* и проведем в нем высоты (рис. 14). Лучи *OA*, *OB* и *OC* будут изображением ребер трехгранного угла.

Заметим, что для любых трех лучей *a*, *b* и *c*, с вершиной в точке *O* для которых углы *aOb*, *bOc* и *aOc* больше 90°, существует треугольник *ABC*, высоты которого лежат на этих лучах. Для его построения отметим какую-нибудь точку *A* на луче *a* и проведем через нее прямую, перпендикулярную *b*. Так как *c* не перпендикулярна *b*, то она пересечет прямую *c* в некоторой точке *C*. Аналогичным образом, через точку *A* проведем прямую, перпендикулярную *c* и точку ее пересечения с прямой *B* обозначим через *B*. Тогда прямые *BO* и *CO* будут содержать высоты треугольника *ABC* и, значит, прямая *AO* также будет содержать высоту этого треугольника.

Имея изображение прямого трехгранного угла, легко построить изображение прямоугольного параллелепипеда (рис. 15). Его ребра лежат на прямых, параллельных *OA*, *OB* и *OC*, соответственно.

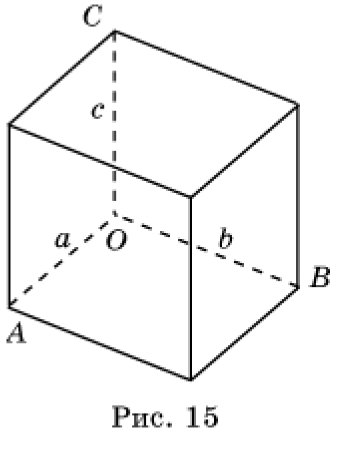


Рис. 15

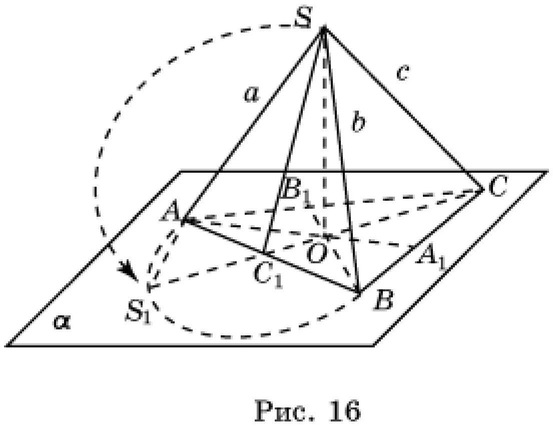


Рис. 16

Выясним теперь, как изображается куб в ортогональной проекции. Для этого вернемся к изображению прямого трехгранного угла, на ребрах которого отмечены точки A, B, C, и предположим, что SA – единичный отрезок, изображенный отрезком OA. Наша задача состоит в том, чтобы на лучах OB и OC построить изображения единичных отрезков.

Представим себе, что треугольник SAB поворачивается относительно прямой AB. При этом высота SC_1 этого треугольника поворачивается в плоскости, перпендикулярной прямой AB и в плоскости треугольника ABC занимает положение S_1C_1 (рис. 16). Поскольку треугольник ASB прямоугольный, то точка S_1 будет пересечением окружности, построенной на AB как на диаметре, и прямой CO. При этом отрезок S_1A является единичным отрезком.

Пусть теперь дано изображение прямого трехгранного угла (рис. 17, а), для которого OA изображает единичный отрезок. Для построения изображения единичного отрезка на луче OB построим окружность с центром в точке S_1 и радиусом S_1A. Через точку ее пересечения с S_1B проведем прямую, параллельную CO. Ее точка пересечения B' с лучом OB и даст искомую точку, для которой отрезок OB' является изображением единичного отрезка. Аналогичным образом строится изображение OC' единичного отрезка.

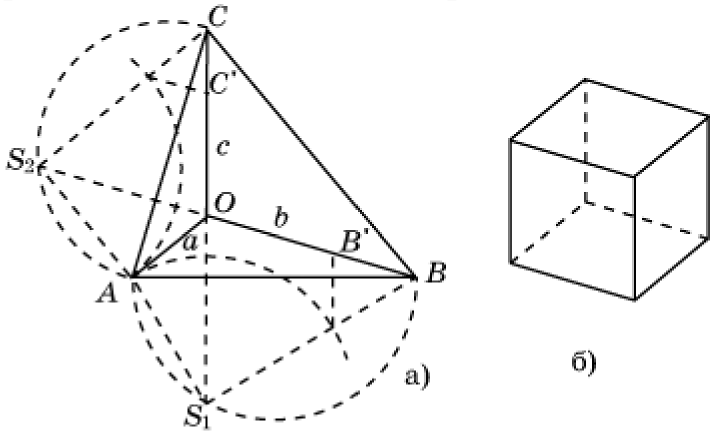


Рис. 17

После того, как мы построили изображения единичных отрезков, изображение куба строится также как и изображение прямоугольного параллелепипеда с данными ребрами (рис. 17, б).

Ортогональное проектирование используется для изображения цилиндра, конуса, шара, сферы и др.

Рассмотрим вопрос об изображении сферы.

Теорема. Ортогональной проекцией сферы является круг, радиус которого равен радиусу сферы.

Доказательство. Проведем плоскость α_0, проходящую через центр сферы O и параллельную плоскости проектирования α. Поскольку плоскости α и α_0 параллельны, то проекции сферы на эти плоскости будут равны (рис. 18). Сечением сферы плоскостью α_0

является окружность радиуса R, равного радиусу сферы. Если A точка сферы, не принадлежащая этой окружности, и A_0 ее ортогональная проекция на плоскость α_0, то $OA_0 < OA \leq R$. Таким образом, при ортогональном проектировании на плоскость α_0 точки этой окружности остаются на месте, а остальные точки сферы проектируются внутрь соответствующего круга. Следовательно, ортогональной проекцией сферы является круг того же радиуса.

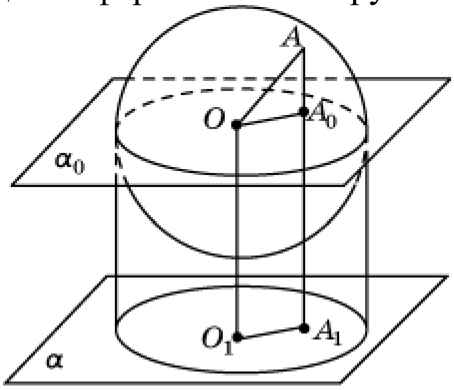


Рис. 18

Для большей наглядности изображения сферы в ней выделяют большую окружность (сечение сферы плоскостью, проходящей через ее центр), плоскость которой образует острый угол с направлением проектирования, и полюсы (концы диаметра, перпендикулярного плоскости большой окружности). Большая окружность называется экватором. Окружности, лежащие в плоскостях, параллельных плоскости экватора - параллелями, прямая, проходящая через полюсы – осью, а большие окружности, проходящие через полюсы – меридианами.

Проекцией выделенной большой окружности будет эллипс. Для нахождения изображения полюсов будем считать исходную ортогональную проекцию видом сферы спереди, и построим вид сферы слева, т. е. ортогональную проекцию сферы на плоскость, проходящую через ось сферы и перпендикулярную плоскости проектирования. Большая окружность и ось сферы изобразятся перпендикулярными диаметрами PQ и CD (рис. 19). Изображение полюсов на основной плоскости получается параллельным переносом полюсов на виде сферы слева.

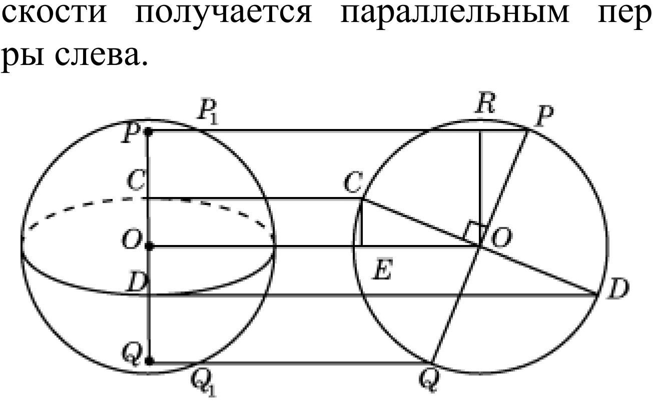


Рис. 19

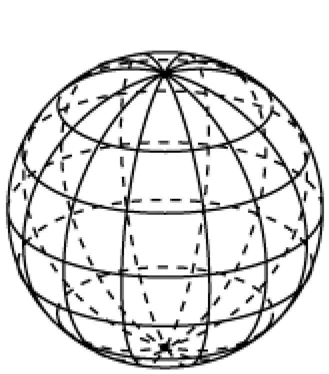


Рис. 20

На практике можно не прибегать к построению вспомогательного чертежа (вида сферы слева). Для построения изображения полюсов P и Q достаточно заметить, что прямоугольные треугольники OPR и OCE равны (по гипотенузе и острому углу). Следовательно, имеет место равенство отрезков $RP = CE$. Кроме того, имеем $RP = PP_1$ и $CE = OC$. Значит $PP_1 = OC$. Аналогично, $QQ_1 = OD$. После этого точки P и Q выбираются так, чтобы выполнялись эти равенства.

На изображении сферы, помимо экватора и полюсов, можно нарисовать несколько параллелей и меридианов (рис. 20).

Рассмотрим теперь вопрос об изображении комбинаций многогранников и тел вращения. Начнем с куба и сферы. Одной из распространенных ошибок изображения сферы, вписанной в куб, является изображение, показанное на рисунке 21. Здесь сразу несколько ошибок. Первая связана с неверным изображением точек касания. Точки касания должны располагаться не на окружности, ограничивающей изображение сферы, а внутри нее. Так, например, точки касания верхней и нижней граней куба должны располагаться в полюсах сферы. Эту ошибку можно исправить, несколько увеличив размеры вписанной сферы, как показано на рисунке 22. Здесь как будто точки касания верхней и нижней граней куба расположены в полюсах сферы, однако это изображение также не является верным. Ошибка рисунков 21 и 22 состоит в том, что для изображения сферы и куба использованы разные проекции. Сфера изображена в ортогональной проекции, а куб нет. На одном изображении этого делать нельзя. Если сфера изображается в ортогональной проекции, то и куб должен изображаться в ортогональной проекции.

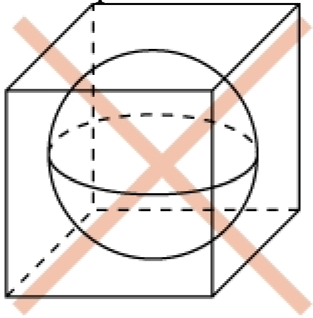


Рис. 21

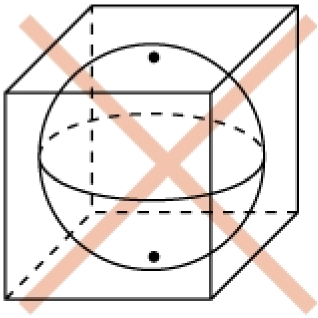


Рис. 22

Для построения правильного изображения сферы, вписанной в куб, сначала изобразим сферу с экватором и полюсами (рис. 23). Затем опишем около экватора квадрат и построим его изображение. Это можно сделать следующим образом. Отметим на эллипсе, изображающем экватор какую-нибудь точку A и проведем касательную a к эллипсу в этой точке. Через точку A и центр эллипса O проведем прямую, и ее точку пересечения с эллипсом обозначим B. Через точку B проведем прямую b, параллельную a. Она также будет касательной к эллипсу. Построим диаметр CD, сопряженный диаметру AB эллипса и через точки C и D проведем прямые c и d, параллельные AB. Они будут касательными к эллипсу. Параллелограмм *PQRS* будет искомым изображением квадрата, описанного около экватора.

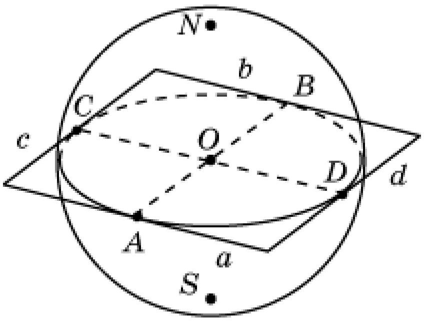


Рис. 23

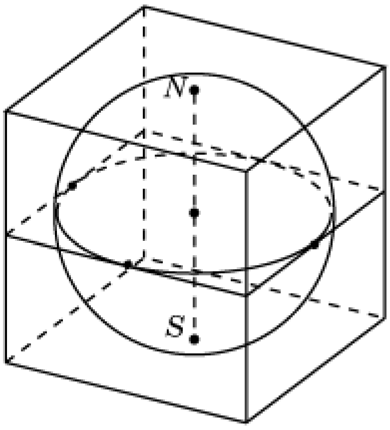


Рис. 24

Через вершины параллелограмма проведем прямые, параллельные оси *SN* сферы и отложим на них в обе стороны отрезки, равные *ON* = *OS*. Получим вершины верхнего и нижнего оснований куба, описанного около сферы. Соединяя теперь соответствующие вершины верхнего и нижнего оснований, получим остальные ребра искомого куба (рис. 24).

Заметим, что изображение куба, описанного около данной сферы, полностью определяется начальным выбором точки *A*. Выбирая различным образом эту точку можно получать различные изображения куба, описанного около сферы.

Аналогичным образом строится изображение правильной треугольной призмы, описанной около сферы (рис. 25). Сначала строим изображение правильного треугольника, описанного около экватора. Для этого выбираем точку касания *A* и проводим через нее касательную *a*. Через точку *A* и центр эллипса проводим прямую и откладываем на ней отрезок *OB* = 2*OA*. Через точку *B* проводим касательные *b* и *c* к эллипсу. Прямые *a*, *b* и *c* образуют искомый треугольник, описанный около эллипса (рис. 26). Через вершины этого треугольника проведем прямые, параллельные оси *SN* сферы и отложим на них в обе стороны отрезки, равные *ON* = *OS*. Получим вершины верхнего и нижнего оснований призмы, описанной около сферы. Соединяя теперь соответствующие вершины верхнего и нижнего оснований, получим остальные ребра искомой призмы (рис. 25).

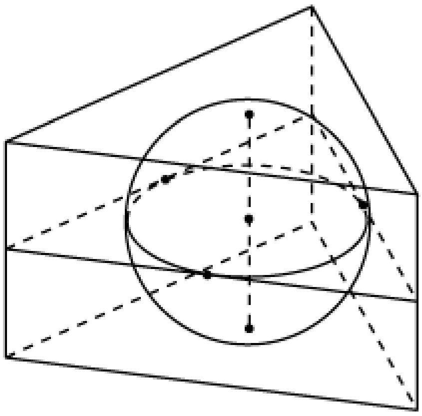


Рис. 25

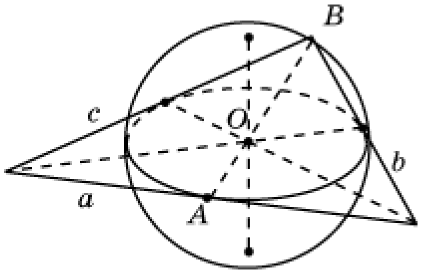


Рис. 26

Аналогичным образом строится изображение пирамиды с вписанной в нее сферой (рис. 27). В случае, если сфера вписана в правильный тетраэдр (рис. 28), нужно учитывать, что центр сферы делит высоту пирамиды в отношении 3:1 считая от вершины.

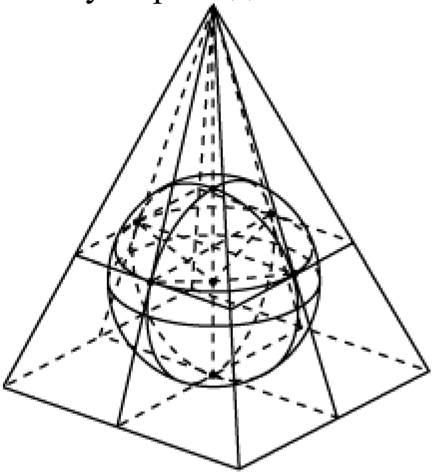


Рис. 27

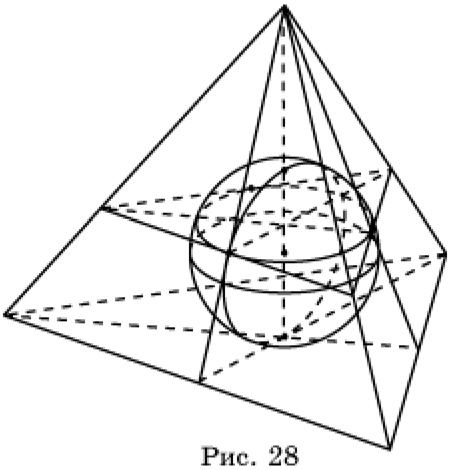


Рис. 28

На рисунках 29 изображена сфера с вписанным в нее кубом. На рисунке 30 изображена сфера с вписанным в нее правильным тетраэдром.

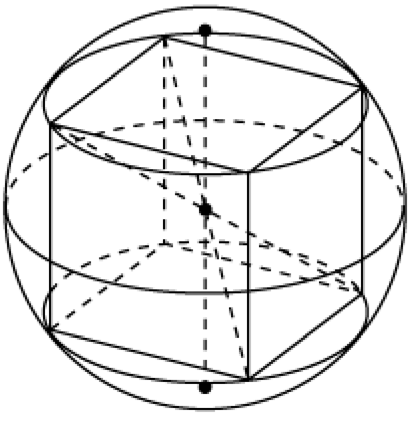


Рис. 29

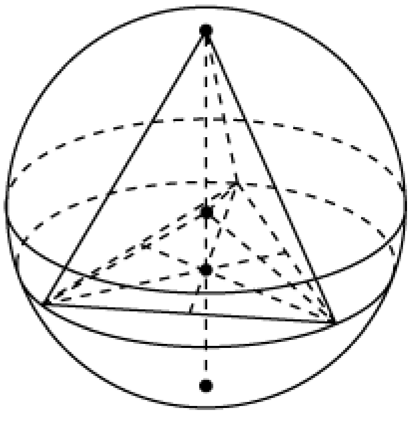


Рис. 30

Упражнения

1. Изобразите прямоугольный параллелепипед в ортогональной проекции.

2. Изобразите сферу, вписанную в куб.

3. Изобразите правильную шестиугольную призму, описанную около сферы.

4. Изобразите правильную шестиугольную пирамиду, описанную около сферы.

5. Изобразите конус, описанный около сферы.

6. Изобразите сферу, описанную около правильной шестиугольной призмы.

7. Изобразите сферу, описанную около правильной четырехугольной пирамиды.

8. Изобразите октаэдр, вписанный в сферу.

9. Изобразите сферу, описанную около цилиндра.

10. Изобразите сферу, описанную около конуса.

11. По данному изображению конуса постройте: а) центр вписанной сферы; б) центр описанной сферы.

12. Большая и малая оси эллипса, изображающего основания конуса, равны соответственно a и b. Отрезок, изображающий высоту конуса равен c. Найдите саму высоту конуса.

Ответ: $\frac{ac}{\sqrt{a^2-b^2}}$.

13. Большая и малая оси эллипса, изображающего основания цилиндра, равны соответственно 5 см и 3 см. Отрезок, изображающий высоту цилиндра равен 8 см. Найдите саму высоту цилиндра.

Ответ: h = 10 см.

3. Составить конспект по теме: **«Центральное проектирование»**

Наряду с параллельной и ортогональной проекциями, применяемыми в геометрии для изображения пространственных фигур, большое значение для человека имеет, так называемое, центральное проектирование, используемое в живописи, фотографии и т.д. Само восприятие человеком окружающих предметов посредством зрения осуществляется по законам центрального проектирования.

Центральное проектирование, или перспектива, как наука, возникла еще в Древней Греции. Первые упоминания о ней встречаются в работах Эсхила (525-456 гг.до н. э.). Значительное место изображению пространственных фигур с использованием перспективы уделено в трактате "О геометрии" известного мыслителя и ученого Демокрита (около 460-370 гг. до н. э.).

Следующее упоминание о перспективе находим в работах Евклида. Помимо своих знаменитых "Начал", он написал много других сочинений. В том числе, в работе "Оптика" Евклид с позиций геометрии подробно изложил природу человеческого зрения, того как получается изображение различных предметов на сетчатке глаза. Евклид писал, что мы ощущаем предметы, когда исходящие от них прямолинейные лучи сходятся в нашем глазу. Поэтому всю систему лучей зрения можно представить себе в виде пирамиды, вершина которой находится в глазу, а основанием ее служит рассматриваемый нами предмет. Евклид ввел также постулат о том, что кажущиеся размеры предмета зависят от угла, под которым он виден.

Самыми значительными работами по перспективе древнегреческого периода считаются произведения римского архитектора и инженера Марка Витрувия Поллиона (точные даты его жизни не установлены, умер около 25 г. до н. э.). Способы построения изображений в перспективе изложены ученым в труде "Об архитектуре", состоящем из десяти книг.

Следующим важным этапом в развитии теории перспективы стала эпоха Возрождения. При этом теоретиком перспективы считается итальянский архитектор Филиппо Брунеллески (1377-1446), а практиками, воплотившими ее достижения в своих полотнах - великие художники Леонардо да Винчи (1452-1519) и Альбрехт Дюрер (1471-1528) и многие другие художники, скульпторы, архитекторы Возрождения.

А. Дюрер предложил в своих книгах несколько устройств, позволяющих получать перспективу, некоторые из которых он изобразил на своих гравюрах. Например, на рисунке 31 изображена гравюра, на которой показано, что для получения перспективного изображения предмета между глазом наблюдателя и предметом помещается рамка, разделенная на небольшие квадраты сеткой. С помощью натянутой нити сначала копируются контуры модели, а затем полученное изображение переносится на бумагу.

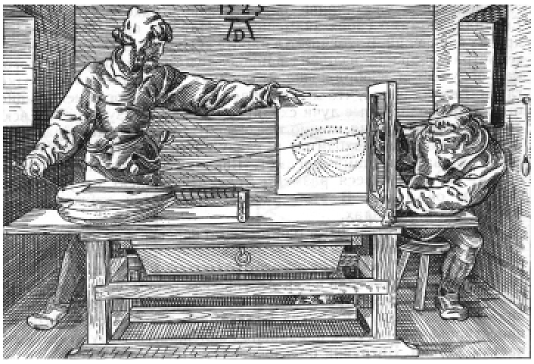


Рис. 31

Леонардо да Винчи в своем произведении "Трактат о живописи" делит перспективу на три основные части.

1. Линейная перспектива, которая изучает законы построения уменьшения фигур по мере удаления их от наблюдателя.

2. Воздушная и цветовая перспектива, которая трактует изменение цвета предметов в зависимости от их расстояния до наблюдателя и влияния слоя воздуха на насыщенность и локальность цвета.

3. Перспектива четкости очертания формы предмета, в которой анализируется изменение степени отчетливости границ фигур и контраста света и тени на них по мере удаления их в глубину пространства, изображаемого на картине.

Основателем этого раздела геометрии считают французского ученого, геометра, инженера и активного общественного деятеля Великой французской революции Гаспара Монжа (1746-1818). Его книга "Начертательная геометрия", изданная в 1795 году, явилась первым систематизированным изложением методов изображения пространственных фигур на плоскости.

Перейдем теперь к рассмотрению основных определений, свойств и теорем центрального проектирования.

Пусть π – некоторая плоскость, S – не принадлежащая ей точка, центр проектирования (рис. 32). Для точки A пространства проведем прямую a, соединяющую эту точку с точкой S. Точка пересечения этой прямой с плоскостью π называется центральной проекцией точки A на плоскость π. Обозначим ее A'. Соответствие, при котором точкам A пространства сопоставляются их центральные проекции A', называется ***центральным***

проектированием или ***перспективой***.

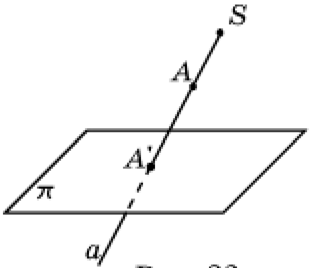


Рис. 32

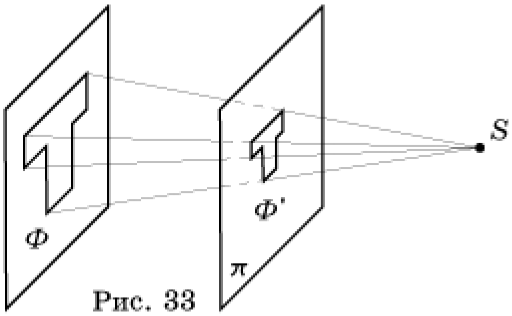


Рис. 33

Заметим, что не для каждой точки пространства определена ее центральная проекция. В случае, если прямая *a* параллельна плоскости π, точка *A* не имеет проекции на эту плоскость.

Если *Ф* - фигура в пространстве, то проекции ее точек на плоскость π образуют фигуру *Ф*', которая называется центральной проекцией фигуры *Ф* на плоскость π. Говорят также, что фигура *Ф*' является перспективой фигуры *Ф*.

На рисунке 33 показано центральное проектирование в случае, когда плоскость проектирования расположена между фигурой *Ф* и центром проектирования *S*. Если центр проектирования представлять себе как глаз наблюдателя, то впечатление, производимое на него изображением *Ф*', будет таким же как и от самой фигуры *Ф*. Отсюда ясно, что центральное проектирование дает наиболее наглядное изображение пространственных фигур.

На рисунке 34 показано центральное проектирование в случае, когда центр проектирования расположен между фигурой *Ф* и плоскостью проектирования. Такое перевернутое изображение получается на пленке фотоаппарата, объектив которого помещен в центр проектирования.

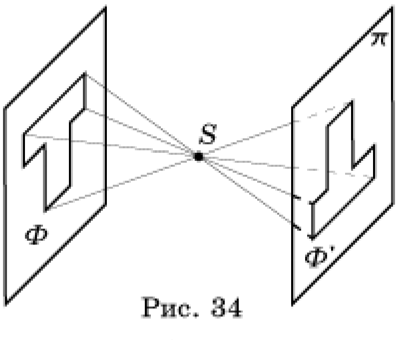


Рис. 34

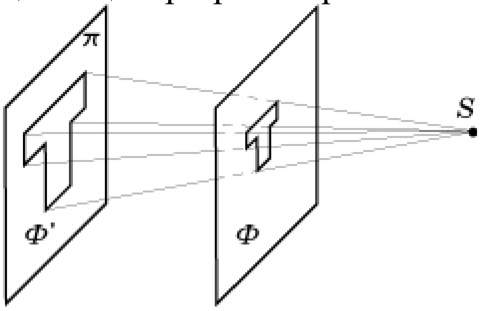


Рис. 35

На рисунке 35 показано центральное проектирование в случае, когда фигура *Ф* расположена между плоскостью проектирования и центром проектирования. Примеры таких проекций дают тени предметов от близко расположенного точечного источника света. Такие проекции получаются на экране при показе кинофильмов, диафильмов и т. д.

Выясним, в какую фигуру при центральном проектировании переходит прямая.

Пусть прямая *a* пересекает плоскость проектирования π и центр проектирования S не принадлежит прямой a. Найдем проекцию этой прямой на плоскость π. Для этого через прямую a и центр проектирования S проведем плоскость α и линию ее пересечения с плоскостью π обозначим a' (рис. 36). В плоскости α через точку S проведем прямую s, параллельную a, и точку ее пересечения с прямой a' обозначим S'. Легко видеть, проекции имеют все точки прямой a, кроме точки B, для которой SB параллельна плоскости π. Прямая a' без точки S' и является искомой проекцией прямой a (без точки B) на плоскость π.

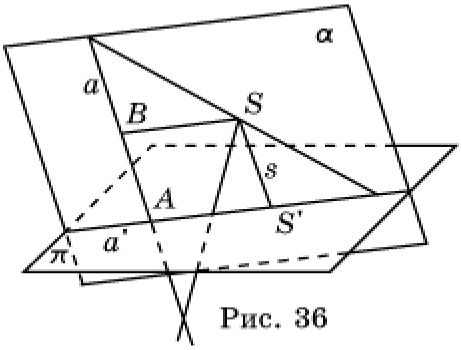


Рис. 36

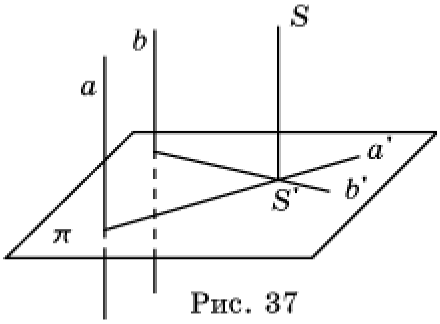


Рис. 37

Выясним, в какие фигуры при центральном проектировании переходят параллельные прямые. Как мы знаем, при параллельном проектировании параллельные прямые переходят или в параллельные прямые, или в одну прямую, или в две точки, в зависимости от расположения этих прямых. Оказывается, что при центральном проектировании параллельные прямые могут переходить и в пересекающиеся прямые.

Пусть прямые a и b параллельны и пересекают плоскость π, а центр проектирования не принадлежит плоскости этих прямых (рис. 37). Тогда, выполняя предыдущие построения для прямых a и b, получим, что их проекциями будут пересекающиеся прямые a' и b', за исключением их общей точки S'. Впечатление, что параллельные прямые пересекаются, возникает, когда мы смотрим на уходящую вдаль дорогу, железнодорожные рельсы, провода и т.п.

Приведем изображения куба в центральной проекции.

На рисунке 38 изображен куб в центральной проекции на плоскость, параллельную грани ABB_1A_1.

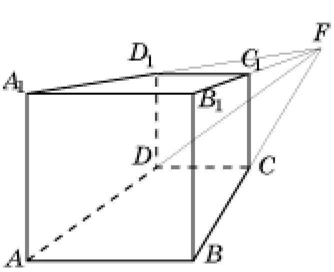


Рис. 38

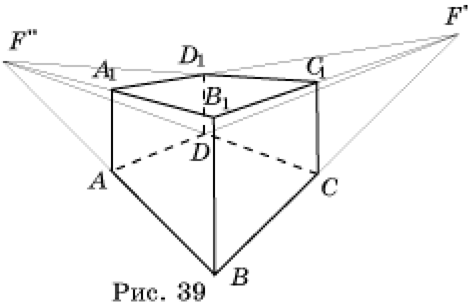


Рис. 39

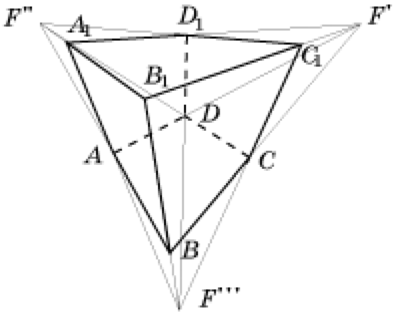


Рис. 40

На рисунке 39 изображен куб в центральной проекции на плоскость, параллельную ребру BB_1, но не параллельную его граням.

На рисунке 40 изображен куб в центральной проекции на плоскость, не параллельную ни одному его ребру.

Для получения изображений пространственных фигур в ортогональной и центральной проекциях можно воспользоваться графическими возможностями компьютерной программы "Maple". Среди готовых изображений в этой программе имеются изображения правильных многогранников и, в частности, куба.

Направление проектирования можно задавать, указывая сферические координаты центра проектирования, или просто поворачивая фигуру "мышкой".

Степень удаленности центра проектирования от фигуры можно указать числом от 0 до 1 или выбрать из предложенных вариантов: а) бесконечная (ортогональное проектирование); б) большая; в) средняя; г) маленькая.

На рисунках 41-44 представлены соответствующие изображения куба, причем центр проектирования расположен несколько выше куба.

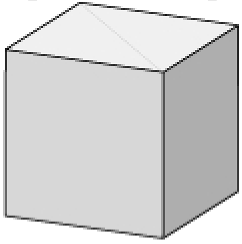


Рис. 41

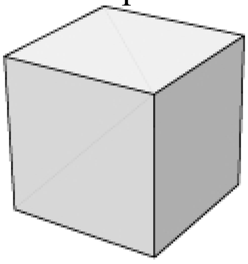


Рис. 42

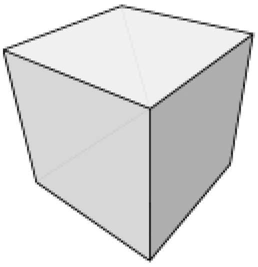


Рис. 43

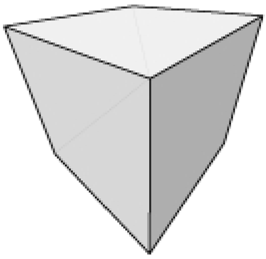


Рис. 44

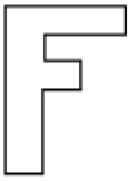


Рис. 45

Упражнения

1. Для всех ли точек пространства существует центральная проекция?

Ответ: Нет.

2. Найдите геометрическое место точек в пространстве, для которых не существует центральных проекций на плоскость π с центром проектирования S.

Ответ: Плоскость, параллельная плоскости проектирования и проходящая через центр проектирования.

3. Могут ли при центральном проектировании параллельные прямые перейти в пересекающиеся?

Ответ: Да.

4. В каком случае центральной проекцией двух прямых будут две параллельные прямые?

Ответ: Если прямые параллельны плоскости проектирования и не лежат в плоскости, проходящей через центр проектирования.

5. Какое изображение фигуры получится в центральной проекции, если плоскость проектирования расположена между фигурой и центром проектирования?

Ответ: Прямое.

6. Какое изображение фигуры получится в центральной проекции, если центр проектирования находится между фигурой и плоскостью проектирования?

Ответ: Перевернутое.

7. Какое изображение фигуры получится в центральной проекции, если она расположена между плоскостью проектирования и центром проектирования?

Ответ: Увеличенное прямое.

8. Что можно сказать о центральной проекции плоской фигуры, которая расположена в плоскости, параллельной плоскости проектирования и не проходящей через центр проектирования?

Ответ: Она будет подобна исходной.

9. Сделайте рисунки, аналогичные рисункам 33, 34, 35, для центральных проекций фигуры, изображенной на рисунке 45.

10. Пусть прямая пересекает плоскость проектирования и не проходит через центр проектирования (рис. 36). Определите, куда при центральном проектировании переходит часть этой прямой, расположенная выше плоскости проектирования. Куда переходит часть этой прямой, расположенная ниже плоскости проектирования?

11. Постройте центральную проекцию куба, аналогичную изображенной на рисунке 38, так, чтобы точка F лежала внутри изображения грани ABB_1A_1.

12. Постройте центральную проекцию куба на плоскость, не

параллельную никакому ребру этого куба.

13. В пирамиде с высотой 3 м на расстоянии 2 м от вершины проведена плоскость, параллельная основанию. Найдите коэффициент подобия сечения и основания пирамиды.

Ответ: $\frac{2}{3}$.

4. Составить конспект по теме: **«Теорема Чевы»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.84 стр.139-141 в учебнике Геометрия под редакцией А.В.Погорелова, 10 – 11 класс.
2. Разберите теорему Чевы и доказательство и запишите его в тетрадь.
3. Разберите и выпишите в тетрадь решение задачи 17.
4. Выполните контрольные задания:

Вариант 1: №17, 19 стр.159
Вариант 2: №18,20 стр.159

5. Составить конспект по теме: «Теорема Менелая»

План выполнения работы

1. Прочитайте п.85 стр.141-143 в учебнике Геометрия под редакцией А.В.Погорелова, 10 – 11 класс.
2. Разберите теорему Менелая и доказательство и запишите его в тетрадь.
3. Выполните контрольные задания:

Вариант 1: №22, 24 стр.159
Вариант 2: №23,24 стр.159

6. Составить конспект по теме: «Неразрешимость классических задач на построение»

План выполнения работы

1. Прочитайте п.89 стр.149-150 в учебнике Геометрия под редакцией А.В.Погорелова, 10 – 11 класс.
2. Разберите классические задачи древности на построение и их неразрешимость с помощью линейки и циркуля и запишите в тетрадь.

7. Составить конспект по теме: «Эллипс, гипербола, парабола как геометрические места точек»

План выполнения работы

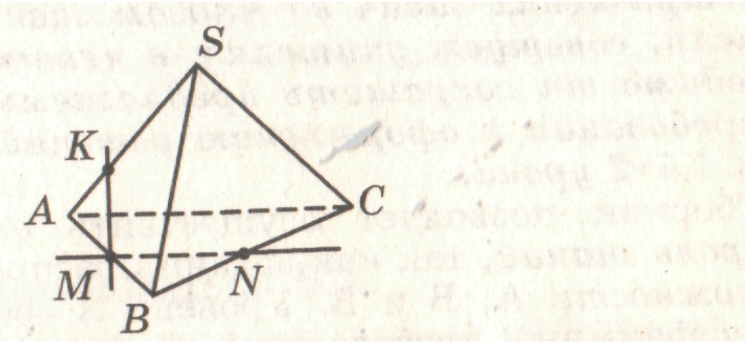
1. Прочитайте п.92 стр.153-156 в учебнике Геометрия под редакцией А.В.Погорелова, 10 – 11 класс.
2. Разберите понятия эллипса, гиперболы и параболы, а также их элементов, их уравнения в каноническом виде и запишите в тетрадь.
3. Выполните контрольные задания:

Вариант 1: №58, 60 стр.162
Вариант 2: №59, 61 стр.162

8. Подготовка к зачету по теме: «Аксиомы стереометрии и их следствия»

Вариант 1

1.

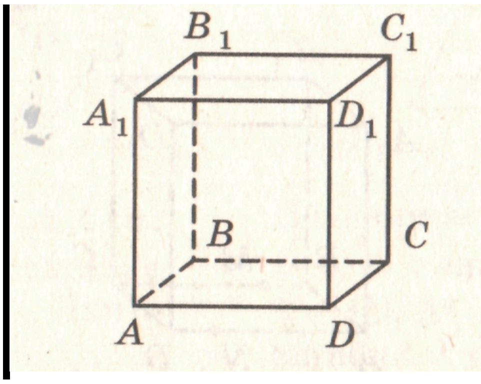


Пользуясь данным рисунком, назовите:
а) четыре точки, лежащие в плоскости SAB;
б) плоскость, в которой лежит прямая MN;
в) прямую, по которой пересекаются плоскости ASC и SBC.

2. Точка C – общая точка плоскостей α и β. Прямая l проходит через точку C. Верно ли, что плоскости α и β пересекаются по прямой l ? Ответ объясните.

3. Прямые а и в пересекаются. Прямая с является скрещивающейся с прямой а. могут ли прямые в и с быть параллельными?

4.



Пользуясь данным рисунком, назовите:
а) три плоскости, содержащие прямую B_1C;

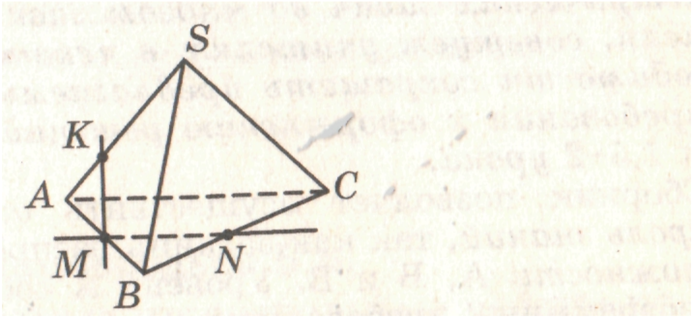
б) прямую, по которой пересекаются плоскости B_1CD и AA_1D_1 ;

в) плоскость, не пересекающуюся с прямой CD_1 .

5. Прямые а, в и с имеют общую точку. Верно ли что данные прямые лежат в одной плоскости? Ответ объясните.

Вариант 2

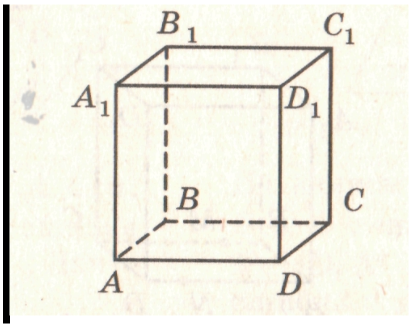
1.



Пользуясь данным рисунком, назовите:
а) четыре точки, лежащие в плоскости АВС;
б) плоскость, в которой лежит прямая КМ;
в) прямую, по которой пересекаются плоскости SAC и САВ.

2. Плоскости α и β имеют три общие точки. Верно ли, что эти плоскости совпадают?
Ответ объясните.

3. Прямые а и в пересекаются. Прямые а и с параллельны. Могут ли прямые в и с быть скрещивающимися?
4.



Пользуясь данным рисунком, назовите:
а) три плоскости, содержащие прямую AB_1;

б) прямую, по которой пересекаются плоскости ADC_1 и A_1B_1B;

в) плоскость, не пересекающуюся с прямой BC_1 .

5. Прямые а, в и с попарно пересекаются. Верно ли, что данные прямые лежат в одной плоскости? Ответ объясните.

Тема 3.2 Параллельность прямых и плоскостей

1. Подготовка к зачету по теме: **«Параллельность в пространстве»**

Вариант 1.

1.Основание AD трапеции $ABCD$ лежит в плоскости a. Через точки B и C проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость а в точках E и F соответственно.

-Каково взаимное расположение прямых EF и AB?

-Чему равен угол между прямыми EF и AB, если $ABC = 150°$? Ответ обоснуйте.

2.Дан пространственный четырехугольник $ABCD$, в котором диагонали AC и BD равны. Середины сторон этого четырехугольника соединены последовательно отрезками.

-Выполните рисунок к задаче.

-Докажите, что полученный четырехугольник – ромб.

Вариант 2.

1.Треугольники ABC и ADC лежат в разных плоскостях и имеют общую сторону AC. Точка P – середина стороны AD, точка K – середина DC.

-Каково взаимное расположение прямых PK и AB?

-Чему равен угол между прямыми PK и AB, если $ABC = 40°$ и $BCA = 80°$? Ответ обоснуйте.

2.Дан пространственный четырехугольник $ABCD$, M и N – середины сторон AB и BC соответственно, $E \in CD$, $K \in DA$, $DE : EC = 1 : 2$, $DK : KA = 1 : 2$.

-Выполните рисунок к задаче.

-Докажите, что четырехугольник $MNEK$ – трапеция.

2. Выполнить контрольную работу по теме: **«Параллельность в пространстве»**

Вариант 1

1. Прямые *a* и *b* лежат в параллельных плоскостях α и β. Могут ли эти прямые быть: а) параллельными; б) скрещивающимися? Сделайте рисунок для каждого возможного случая.
2. Через точку O, лежащую между параллельными плоскостями α и β, проведены прямые *l* и *m*. Прямая *l* пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая *m* – в точках B_1 и B_2. Найдите длину отрезка A_2B_2, если $A_1B_1 = 12$ см, $B_1O:OB_2 = 3 : 4$.

3*. Изобразите параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки M, N и K, являющиеся серединами ребер AB, BC и DD_1.

Вариант 2

1. Прямые *a* и *b* лежат в пересекающихся плоскостях α и β. Могут ли эти прямые быть: а) параллельными; б) скрещивающимися? Сделайте рисунок для каждого возможного случая.
2. Через точку O, не лежащую между параллельными плоскостями α и β, проведены прямые *l* и *m*. Прямая *l* пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая *m* – в точках B_1 и B_2. Найдите длину отрезка A_1B_1, если $A_2B_2 = 15$ см, $OB_1:OB_2 = 3 : 5$.
3*. Изобразите тетраэдр DABC и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки M и N, являющиеся серединами ребер DC и BC, и точку K, такую, что $\mathbf{K} \in \mathbf{DA}, \mathbf{AK} : \mathbf{KD} = 1:3$.

Тема 3.3 Перпендикулярность прямых и плоскостей

1. Подготовка к зачету по теме: **«Перпендикулярность в пространстве»**

Ответьте на вопросы теста.

1. Какое из следующих утверждений неверно?

а) если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна третьей, то и другая прямая перпендикулярна этой прямой;

б) прямая называется параллельной плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости;

в) две прямые, перпендикулярные к плоскости, параллельны;

г) если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости;

д) через любую точку пространства проходит прямая, перпендикулярная к данной плоскости, и притом только одна.

2. **Две скрещивающиеся прямые взаимно перпендикулярны. Чему равен угол между ними**?

а) 90^0 б) 0^0 в) 180^0 г) 45^0 д) определить нельзя.

3. **Через вершину квадрата АВСД проведена прямая АМ, перпендикулярная его плоскости. Какое из утверждений неверно?**

а) АМ ВД б) МД СД в) МВ ВС г) МС ВС д) МА АС

4. **Прямая *п* перпендикулярна к прямым *а* и *в*, лежащим в плоскости α, но**

***п* не перпендикулярна к плоскости *α*. Выясните взаимное расположение прямых *а* и *в*:**

а) параллельны; б) пересекаются; в) скрещиваются;

г) совпадают; д) определить нельзя.

5. **Прямая перпендикулярна к двум плоскостям, тогда плоскости:**

а) параллельны; б) пересекаются; в) скрещиваются;

г) совпадают; д) определить нельзя.

6. **В тетраэдре ДАВС АД АС, АД АВ, ДС ВС. Тогда прямая ВС и плоскость АДС**:

а) параллельны; б) прямая лежит в плоскости;

в) прямая пересекает плоскость, но не перпендикулярна плоскости;

г) прямая перпендикулярна к плоскости, но не пересекает плоскость;

д) перпендикулярны.

7. **Какое из следующих утверждений неверно?**

а) перпендикуляр и наклонная, выходящие из одной точки, имеет разную длину;

б) расстоянием от точки до плоскости называется длина перпендикуляра, проведенного из данной точки к данной плоскости;

в) равные наклонные, проведенные к плоскости из одной точки, имеют разные проекции,

г) проекцией точки на плоскость является точка;

д) углом между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и неперпендикулярную к ней, называется угол между прямой и ее проекцией на эту плоскость.

8. **Расстояние от точки М до вершин прямоугольного треугольника АВС равны (угол С = 90^0). Какое из утверждений верно?**

а) плоскости МАВ и АВС перпендикулярны;

б) плоскости МВС и АВС перпендикулярны;

в) плоскости МАС и АВС перпендикулярны;

г) плоскости MAC и MBC перпендикулярны;

д) условия в пунктах а – г неверны.

9. **Плоскости α и β пересекаются по прямой с. Плоскость γ перпендикулярна плоскости α, но не перпендикулярна плоскости β. Как расположены прямая с и плоскость γ?**

а) с γ; б) с γ в) с γ

г) определить нельзя;

д) прямая с не перпендикулярна плокости γ.

10**. Какое из следующих утверждений верно?**

А) двугранным углом называется фигура, образованная прямой *а* и двумя полуплоскостями с общей границей *а*;

б) двугранный угол имеет бесконечное множество линейных углов;

в) градусной мерой двугранного угла называется градусная мера его линейного угла;

г) угол между пересекающимися плоскостями может быть тупым;

д) если одна из плоскостей проходит через прямую, пересекающую другую плоскость, то такие плоскости перпендикулярны.

2. Выполнить контрольную работу по теме: **«Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трех перпендикулярах»**

ВАРИАНТ 1

1. Из точки, не лежащей на плоскости, проведите перпендикуляр и наклонную на плоскость и обозначьте их.
2. Из точки к плоскости проведены две наклонные, одна из которых на 6 см длиннее другой. Проекции наклонных равны 17 см и 7 см . Найдите наклонные.
3. Отрезок АВ не пересекает плоскость α, а точка С делит его в отношении 2:3, считая от точки А. Через точки А, В, С проведены параллельные прямые, пересекающие α соответственно в точках А, В, С. Найдите длину отрезка СС, если АА = 5 см, ВВ = 8 см.
4. Один конец отрезка лежит в плоскости α, а другой находится на расстоянии 25 см от неё. Найдите расстояние от середины этого отрезка до плоскости α.

5. Дан равносторонний треугольник ABC со стороной 6 см. Из вершины A восстановлен перпендикуляр AP к плоскости треугольника. Найдите расстояние от точки P до прямой BC, если расстояние от P до плоскости треугольника ABC равно 13 см.

ВАРИАНТ 2

1. Из точки, не лежащей на плоскости, проведите перпендикуляр и наклонную на плоскость и обозначьте их.
2. Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 17 см и 15 см. Проекция одной из них на 4 см больше другой. Найдите проекции наклонных.
3. Отрезок СД не пересекает плоскость α, а точка Е делит его в отношении 5:3, считая от точки С. Через точки С, Д, Е проведены параллельные прямые, пересекающие α соответственно в точках С, Д, Е соответственно. Найдите длину отрезка ЕЕ, если СС = 14 см, ДД = 20 см.
4. Расстояние от середины отрезка АВ до плоскости β равно 7 дм. Найдите расстояние от точки А до плоскости β, если точка В лежит в этой плоскости.
5. Дан квадрат PQRS со стороной 4 дм. Из вершины P восстановлен перпендикуляр PM к плоскости квадрата. Найдите расстояние от точки M до прямой QS, если расстояние от точки M до плоскости квадрата равно 8 дм.

3. Выполнить контрольную работу по теме: **«Перпендикулярность в пространстве»**

Вариант 1

1. Прямые AB, AC и AD попарно перпендикулярны. Найдите отрезок CD, если AB=4 см, BC=5 см, AD=4см.
2. Из точки к плоскости проведены две наклонные. Найдите длины наклонных, если одна из них на 10 см больше другой, а проекции наклонных равны 12 см и 30см.
3. Найдите расстояние от середины отрезка AB до плоскости, не пересекающей этот отрезок, если расстояния от точек A и B до плоскости равны 24см и 48 см.
4. Из точек A и B, лежащих в двух перпендикулярных плоскостях, опущены перпендикуляры AC и BD на прямую пересечения плоскостей. Найдите длину отрезка AB, если AC=3м, BD=4м, CD=12м.

Вариант 2

1. Прямые AB, AC и AD попарно перпендикулярны. Найдите отрезок CD, если AB=4 см, BC=16 см, AD=5 см.
2. Из точки к плоскости проведены две наклонные. Найдите длины наклонных, если одна из них на 15 см больше другой, а проекции наклонных равны 20 см и 45см.
3. Найдите расстояние от середины отрезка AB до плоскости, не пересекающей этот отрезок, если расстояния от точек A и B до плоскости равны 20см и 68 см.
4. Из точек A и B, лежащих в двух перпендикулярных плоскостях, опущены перпендикуляры AC и BD на прямую пересечения плоскостей. Найдите длину отрезка AB, если AC=5м, BD=9м, CD=12м.

Тема 3.4 Декартовы координаты и векторы в пространстве

1. Составить конспект по теме: **«Преобразование симметрии в пространстве»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.26 стр.45-46 в учебнике Геометрия под редакцией А.В.Погорелова, 10 – 11 класс.
2. Разберите понятия симметричной точки, преобразование симметрии относительно плоскости и запишите в тетрадь.
3.Разберите решение задачи 17 и запишите в тетрадь.
4. Выполните контрольные задания:

Вариант 1: №16 стр.61
Вариант 2: №18 стр.61

2. Составить конспект по теме: **«Движение в пространстве»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.28 стр.46-47 в учебнике Геометрия под редакцией А.В.Погорелова, 10 – 11 класс.
2. Разберите понятия движения и его свойства, а также понятие равных фигур в пространстве и запишите в тетрадь.
3. Выполните контрольные задания:

Вариант 1: №19, 21 стр.61
Вариант 2: №20, 22 стр.61

3. Составить конспект по теме: **«Параллельный перенос в пространстве»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.29 стр.47-48 в учебнике Геометрия под редакцией А.В.Погорелова, 10 – 11 класс.
2. Разберите понятия параллельного переноса и его свойств и запишите в

тетрадь.

3.Разберите решение задачи 23 и запишите в тетрадь.

4. Выполните контрольные задания:

Вариант 1: №24, 25(1,3) стр.61

Вариант 2: №26, 25(2,4) стр.61-62

4. Составить конспект по теме: **«Подобие пространственных фигур»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.30 стр.48-49 в учебнике Геометрия под редакцией А.В.Погорелова, 10 – 11 класс.
2. Разберите понятия преобразования подобия и гомотетии и запишите в тетрадь.
3. Выполните контрольные задания:

Вариант 1: №28 стр.62

Вариант 2: №29 стр.62

5. Составить конспект по теме: **«Формула расстояния от точки до плоскости»**

Расстояние от точки до плоскости - это наименьшее из расстояний между этой точкой и точками плоскости. Известно, что расстояние от точки до плоскости равно длине перпендикуляра, опущенного из этой точки на плоскость.

Если [redacted] – заданная точка и [redacted] – уравнение плоскости a, то расстояние от точки M_o до плоскости a определяется по формуле:

[redacted]

Пример. Найти расстояние от точки *A*(2, 3, -1) до плоскости 7*x* - 6*y* - 6*z* + 42 = 0.

Решение. Расстояние от точки до плоскости определяется по формуле

$$d = \left| \frac{Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \right|,$$

в которой следует положить $A = 7$; $B = -6$; $C = -6$; $x_1 = 2$; $y_1 = 3$; $z_1 = -1$. Подставляя эти значения в формулу, будем иметь

$$d = \left| \frac{7 \cdot 2 + (-6) \cdot 3 + (-6) \cdot (-1) + 42}{\sqrt{7^2 + (-6)^2 + (-6)^2}} \right| = \left| \frac{14 - 18 + 6 + 42}{11} \right| = 4.$$

Решите самостоятельно. Найти расстояние от точки [redacted] до плоскости [redacted]

6. Составить конспект по теме: «Уравнение плоскости»

План выполнения работы

1. Прочитайте п.38 стр.57-58 в учебнике Геометрия под редакцией А.В.Погорелова, 10 – 11 класс.
2. Разберите вывод уравнения плоскости и запишите в тетрадь.
3. Выполните контрольные задания:

Вариант 1: №65(1), 66, 70(3,4) стр.65
Вариант 2: №65(2), 67, 70(1,2) стр.65

7. Решите прикладные задачи по теме: «Разложение вектора»

1. Сани тянут по снегу за верёвку (рис.6). Найдите вертикальную составляющую силы натяжения верёвки **p**, если горизонтальная составляющая равна **q**, а сила натяжения верёвки равна **f.**

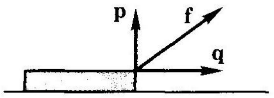


Рис. 6

2. Мачтовый кран состоит из стрелы АС длинной ℓ и цепи ВС длиной s (рис.7). К концу стрелы приложена сила mg. Найдите составляющие этой силы по направлениям АС и ВС.

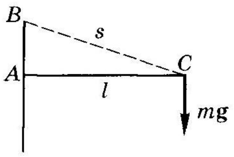


Рис. 7

3. К концу кронштейна приложена сила mg =30 Н. (рис.8) Найдите силу растяжения стержня АВ и силу сжатия стержня ВС.

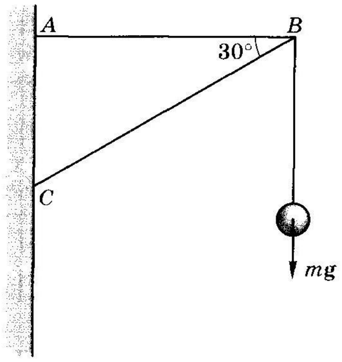


Рис. 8

4.К концу кронштейна приложена сила mg =40 Н (рис.9). Найдите силу сжатия стержня ВС и силу растяжения стержня АВ, если длина равна 0,76 м, а длина АВ в два раза больше.

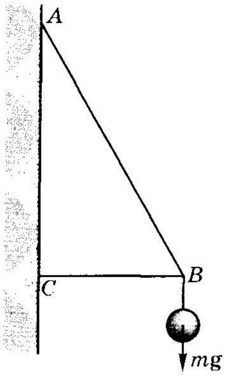


Рис. 9

8. Решить задания по теме: **«Доказательство теорем планиметрии с помощью координат»**

Дан треугольник АВС. Выберем систему координат так, чтобы точка А была ее началом, а ось Ох проходила через точку С. Обозначим координаты точек В С: В(a;b) и С(c;0).

1. Вычислите длины сторон треугольника.

2. Найдите угловые коэффициенты прямых АВ и ВС.

3. Запишите уравнения прямых АВ и ВС.

4. Найдите координаты точек A',B' и C' и точки G, где точки A',B',C'-середины сторон ВС,АС и АВ соответственно, а точка G – точка пересечения медиан.

5.Напишите уравнение одной из медиан (на выбор) и проверьте, что точка G лежит на ней.

6. Напишите уравнение высоты, опушенной из вершины А.

7.Найдите координаты ортоцентра Н.

8. Найдите уравнение прямой, проходящей перпендикулярно отрезку ВС и через его середину.

9. Найдите координаты центра описанной окружности О и её радиус R.

10. Докажите, что точки G,H и O лежат на одной прямой (прямая Эйлера)

<u>9. Выполнить контрольную работу по теме</u>: **«Координаты точек и векторов»**

Вариант 1

1. Найдите расстояние от точки *A*(1,-2,3) до: а) координатной плоскости *Oyz*; б) начала координат; в) координатной прямой *Ox*.

2. Даны точки *B*(3,0,-2) и *C*(-2,6,-4). Найдите координаты вектора: а) $-\overline{BC}$; б) $\frac{1}{2}\overline{BC}$; в) $-6\overline{BC}$.

3. Даны векторы $\vec{a}$(3,0,-1) и $\vec{b}$(-5, $\sqrt{6}$,0). Найдите число *k*, при котором векторы $\vec{a}+k\vec{b}$ и 2 $\vec{b}$ перпендикулярны.

Вариант 2

1. Найдите расстояние от точки *B*(-2,3,4) до: а) начала координат; б) координатной плоскости *Oxz*; в) координатной прямой *Oy*.

2. Даны точки *C*(5,0,-2) и *D*(-1,2,-3). Найдите координаты вектора: а) $\overline{DC}$; б) $\frac{1}{2}\overline{CD}$; в) $-2\overline{CD}$.

3. Найдите угол, под которым виден отрезок *EF* из начала координат, если *E*(5, $\sqrt{7}$, -2) и *F*(-2,0,1).

<u>10. Выполнить контрольную работу по теме</u>: **«Расстояния»**

Вариант 1

1. Найдите координаты точки:

а) симметричной точке *A*(-1,2,-3) относительно начала координат;

б) относительно которой симметричны точки *M*(2,-4,7) и *N*(-1,6,-10);

в) симметричной точке *K*(3,-8,9) относительно координатной плоскости *Oy*z.

2. Найдите координаты точки, принадлежащей оси *Ox* и

равноудаленной от точек A(-4,0,6) и B(1,2,-10).

3. Найдите координаты конца вектора $\overrightarrow{MN}$ (12,-3,5), если M(1,2,-8).

4. В параллелепипеде $A\ldots D_1$, найдите:

а) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{C_1C}$; б) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{B_1A_1} - \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{B_1A} + \overrightarrow{DA}$.

5*. Дан треугольник ABC, M – точка пересечения его медиан, O – произвольная точка пространства. Докажите, что выполняется следующее равенство: $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$.

Вариант 2

1. Найдите координаты точки:

а) относительно которой симметричны точки K(8,-5,11) и L(-6,10,0);

б) симметричной точке B(3,-5,-2) относительно точки N(6,0,-3);

в) симметричной точке M(-1,2,-4) относительно координатной плоскости Oxz.

2. Найдите координаты точки, принадлежащей оси Oz и равноудаленной от точек C(4,5,0) и D(-2,3,6).

3. Найдите координаты начала вектора $\overrightarrow{EF}$(7,-1,4), если F(0,6,-11).

4. В параллелепипеде $A\ldots D_1$, найдите:

а) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{B_1B}$; б) $\overrightarrow{A_1C_1} - \overrightarrow{B_1A_1} - \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{D_1B_1} + \overrightarrow{BA}$.

5*. В пространстве даны два треугольника ABC и $A_1B_1C_1$; M и M_1 – соответствующие точки пересечения их медиан. Докажите, что $\overrightarrow{MM_1} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{CC_1})$.

11. Выполнить контрольную работу по теме: **«Скалярное произведение»**

ВАРИАНТ 1.

1. Даны координаты точек *C(3; -2; 1), D(-1; 2; 1), M(2; -3; 3), N(-1; 1; -2).* Найдите косинус угла между векторами $\overrightarrow{CD}$ и $\overrightarrow{MN}$.

2. При каком значении (значениях) *a* векторы $\vec{\grave{a}}$*(6 - k; k; 2)* и $\vec{\hat{a}}$*(-3; 5 + 5k; -9)* перпендикулярны?

3. При каком значении *a* векторы $\overrightarrow{\grave{A}\hat{A}}$ и $\overrightarrow{CD}$ коллинеарны, если *A(-2; -1; 2), B(4; -3; 6), C(-1; a-1; 1), D(-4; -1; a)?*

4. Известно, что $|\vec{\grave{a}}| = 4$, $|\vec{\hat{a}}| = 1$, $\angle(\vec{\grave{a}},\vec{\hat{a}}) = 60^0$. найдите cos α, где α - угол между векторами $\vec{\grave{a}} + \vec{\hat{a}}$ и $\vec{\hat{a}}$.

5. Найдите длину вектора $\vec{\grave{a}}+\vec{\hat{a}}-\vec{\tilde{n}}$, если $|\vec{\grave{a}}| = 1$, $|\vec{\hat{a}}| = 2$, $|\vec{\tilde{n}}| =3$, $\angle(\vec{\grave{a}},\vec{\hat{a}}) = 90_0$, $\angle(\vec{\grave{a}},\vec{\tilde{n}}) = 120^0$, $\angle(\vec{\hat{a}},\vec{\tilde{n}}) = 60^0$.

ВАРИАНТ 2.

1. Даны координаты точек *A(1; -1; -4), D(2; -3; 1), C(-1; 2; 5), B(-3; -1; 0).* Найдите косинус угла между векторами $\overrightarrow{CD}$ и $\overrightarrow{\grave{A}\hat{A}}$.

2. При каком значении (значениях) *m* векторы $\vec{\grave{a}}$*(4; m - 1; m)* и $\vec{\hat{a}}$*(-2; 4; 3 - m)* перпендикулярны?

3. При каком значении *a* векторы $\overrightarrow{MN}$ и $\overrightarrow{CD}$ коллинеарны, если *M(1; -2; a), B(-1; a + 3; -1), C(-3; 2; 4), D(1; -4; 2)?*

4. Известно, что $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| =3$, $\angle(\vec{m},\vec{n}) = 120^0$. найдите cos α, где α - угол между векторами $\vec{m}+\vec{n}$ и $\vec{m}$.

5. Найдите длину вектора $\vec{\grave{a}}-\vec{\hat{a}}-\vec{\tilde{n}}$, если $|\vec{\grave{a}}| = 2$, $|\vec{\hat{a}}| = 3$, $|\vec{\tilde{n}}| =4$, $\angle(\vec{\grave{a}},\vec{\hat{a}}) = 60^0$, $\angle(\vec{\grave{a}},\vec{\tilde{n}}) = 120^0$, $\angle(\vec{\hat{a}},\vec{\tilde{n}}) = 90^0$.

12. Выполнить контрольную работу по теме: **«Разложение вектора»**

Вариант 1

1. Запишите разложение по координатным векторам $\vec{i}$ и $\vec{j}$ вектора $\vec{a}\{2;-1\}$.
2. Выпишите координаты вектора $\vec{c}$, если его разложение по координатным векторам имеет вид $\vec{c} = -\vec{i} + 2\vec{j}$.
3. Найдите координаты вектора $\vec{b}$, равного разности векторов $\vec{m}$ и $\vec{t}$, если $\vec{m}\{-5;0\}$, $\vec{t}\{0;-4\}$.
4. Найдите координаты вектора $3\vec{d}$, если $\vec{d}\{4;-2\}$.

Вариант 2.

1. Запишите разложение по координатным векторам $\vec{i}$ и $\vec{j}$ вектора $\vec{b}\{-3;0\}$.
2. Выпишите координаты вектора $\vec{a}$, если его разложение по координатным векторам имеет вид $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$.
3. Найдите координаты вектора $\vec{c}$, равного сумме векторов $\vec{m}$ и $\vec{t}$, если $\vec{m}\{-5;0\}$, $\vec{t}\{0;-4\}$.
4. Найдите координаты вектора $-2\vec{p}$, если $\vec{p}\{-2;\ 5\}$.

Тема 3.5 Многогранники

1.Составить конспект по теме: **«Понятие о симметрии в пространстве»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.31 стр.71-73 в учебнике Геометрия под редакцией

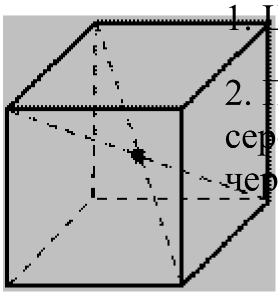
Л.С.Атанасяна, 10 – 11 класс.
2. Разберите понятия центра симметрии, оси симметрии, плоскости симметрии и запишите в тетрадь.
3. Выполните контрольные задания:
Вариант 1: №276, 278 стр.76
Вариант 2: №277, 279 стр.76

2. Составить конспект по теме: **«Центральная симметрия»**

План выполнения работы

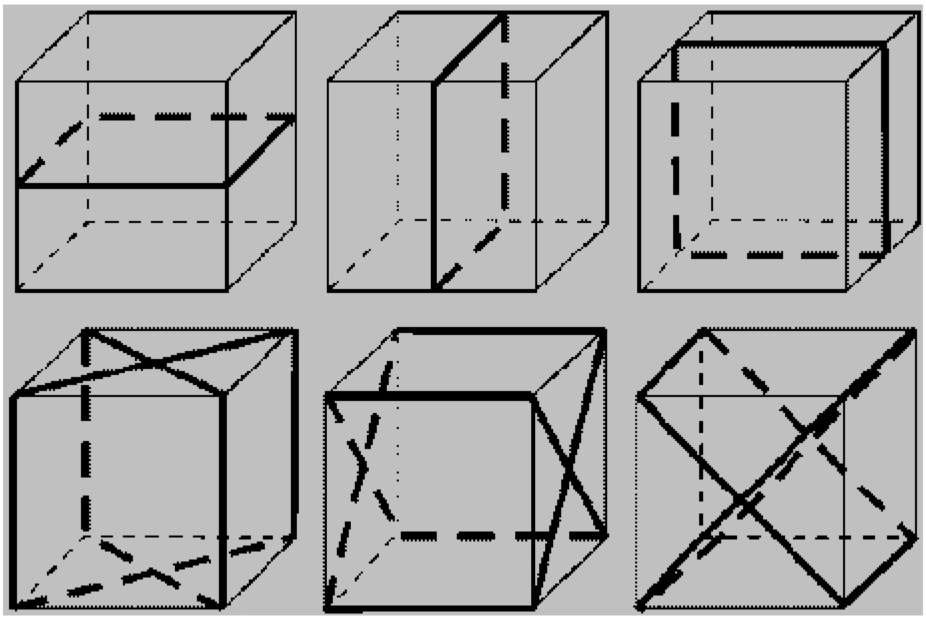
1. Прочитайте п.49 стр.117-118 в учебнике Геометрия под редакцией Л.С.Атанасяна, 10 – 11 класс.
2. Разберите понятия отображения пространства на себя, движения пространства, центральной симметрии и запишите в тетрадь.
3. Выполните контрольные задания:
Вариант 1: №478(а), 279 стр.120
Вариант 2: №478(а), 280 стр.120

3. Составить конспект по теме: **«Симметрии в кубе»**

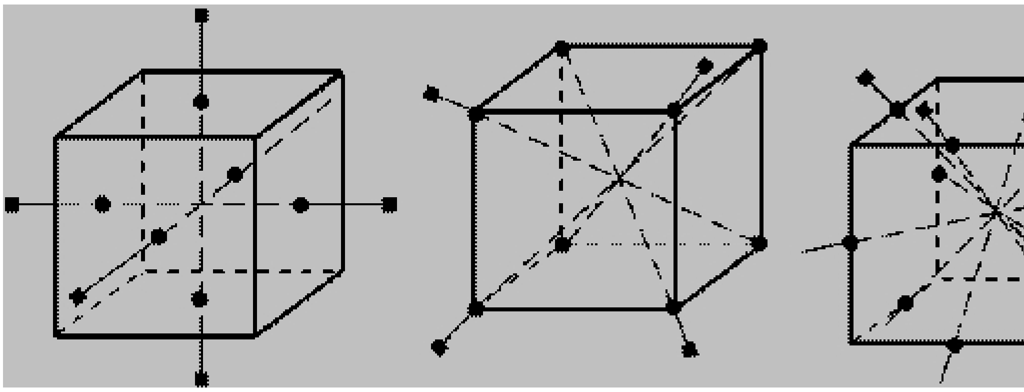


1. Центр симметрии — центр куба (точка пересечения диагонал

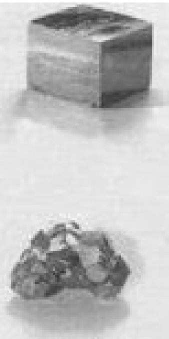
2. Плоскости симметрии: три плоскости симметрии, проходящи середины параллельных ребер; шесть плоскостей симметрии, п через противолежащие ребра.



3. Оси симметрии: три оси симметрии, проходящие через центр противолежащих граней; четыре оси симметрии, проходящие че противолежащие вершины; шесть осей симметрии, проходящие середины противолежащих ребер.



В мире нет места для некрасивой математики.
Готфрид Харди

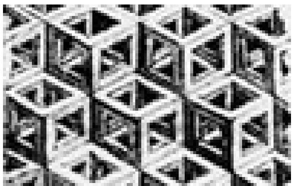


Куб передает форму кристаллов поваренной соли **NaCl**.

Форму куба имеют **кристаллические решётки** многих **металлов** (Li, Na, Cr, Pb, Al, Au, и другие), кристалл алмаза, кристаллическая решётка хлорида цезия CsCl.

В 2009 г. должно исполниться 500 лет со времени выхода в свет книги Луки Пачоли «Божественная пропорция», а следовательно, и изобретения **Леонардо да Винчи** для ее иллюстрации метода жестких ребер.

Леонардо изображал своим способом не только индивидуальные многогранники, но и, например, плотную **упаковку кубов**. Этим изображением Леонардо на три века предвосхитил гипотезу о периодическом строении **кристаллов**, высказанную французскими кристаллографами аббатом Рэнэ-Жюстом Гаюи (1743-1822) и морским офицером Огюстом Бравэ (1811-1863).



Можно сравнить этот рисунок Леонардо с похожей работой Маурица Эшера, относящейся к 1952 г., «Ячейки кубического пространства».

Не менее интересна другая работа Маурица Эшера. В центре гравюры «Водопад» расположен комплекс конструкций, поднимающийся на фоне ландшафта с террасами. Вертикальная ось создается двумя мощными башнями, каждая из которых увенчана остроганными **многогранниками** слева - три пересекающиеся **куба**, а справа также три пересекающихся правильных **октаэдра**. Маленькие домики примыкают к башням слева и справа в едином комплексе. Слева на первом плане картины изображен маленький садик со странными, необычными подводными растениями. Центральным действием картины является ручей, который падает на колесо и крутит его. Он течет слегка полого вниз и извивается, проходя через башни, при этом он трижды протекает через точку, в которой уже проходил. Абсурдность доходит до нас через круг неправильных соединений **куба**. В результате невольного восприятия зрительная точка оказывается самой ближней, а самая высокая точка становится самой низкой.

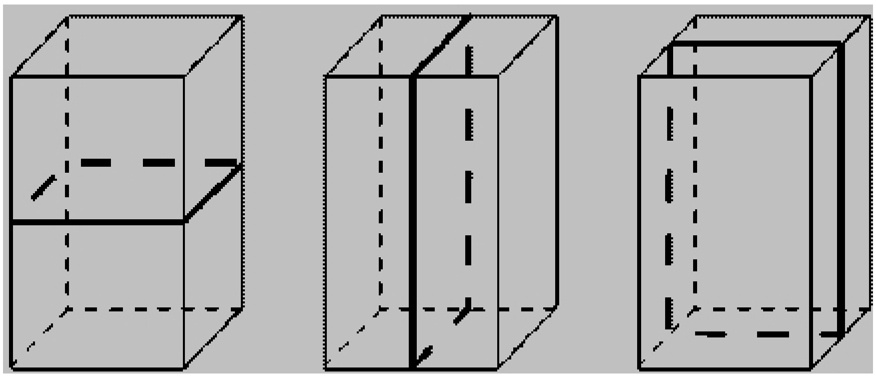
Водопад на картине Маурица Эшера осуществляет то,что мы считаем невозможным - вечное движение.Конец формы

4. Составить конспект по теме: **«Симметрии в параллелепипеде»**

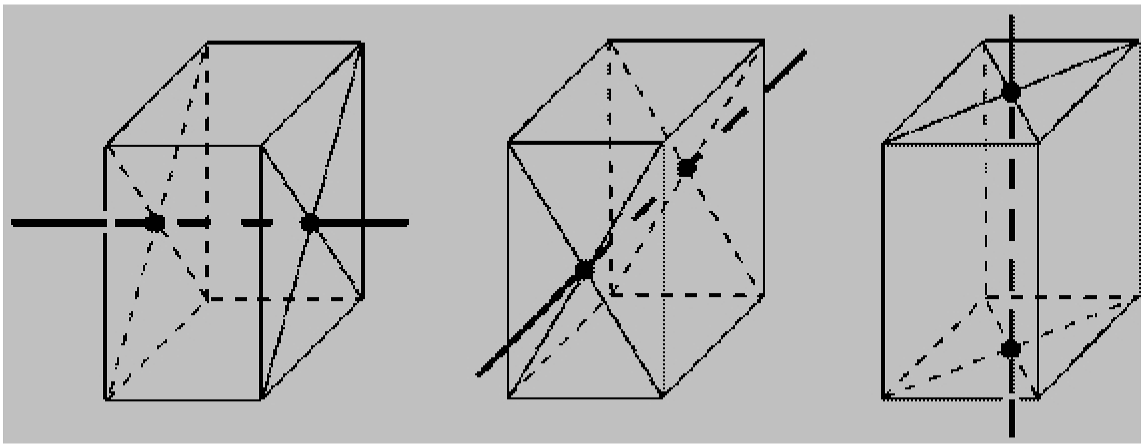
Симметрия прямоугольного параллелепипеда

1. Центр симметрии — точка пересечения диагоналей прямоугольного параллелепипеда.

2. Плоскости симметрии: три плоскости симметрии, проходящие через середины параллельных ребер.

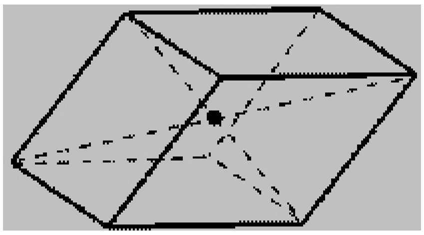


3. Оси симметрии: три оси симметрии, проходящие через точки пересечения диагоналей противолежащих граней.



Симметрия параллелепипеда

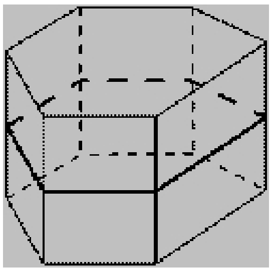
Центр симметрии — точка пересечения диагоналей параллелепипеда.



5. Составить конспект по теме: **«Симметрии в призме»**

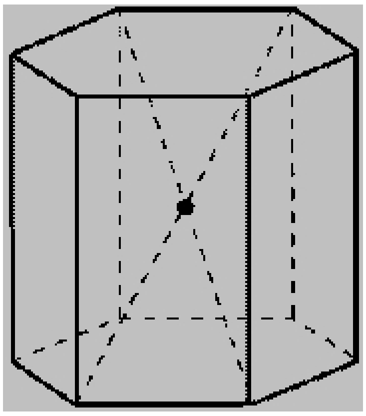
Симметрия прямой призмы

Плоскость симметрии, проходящая через середины боковых ребер.

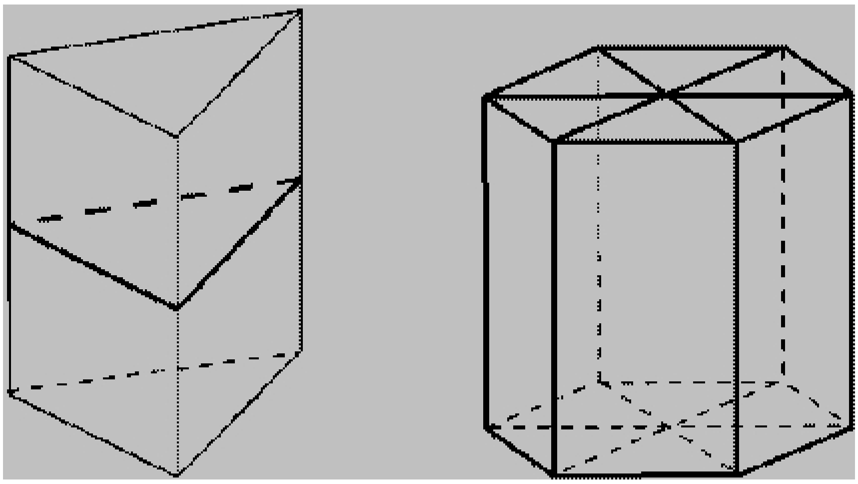


Симметрия правильной призмы

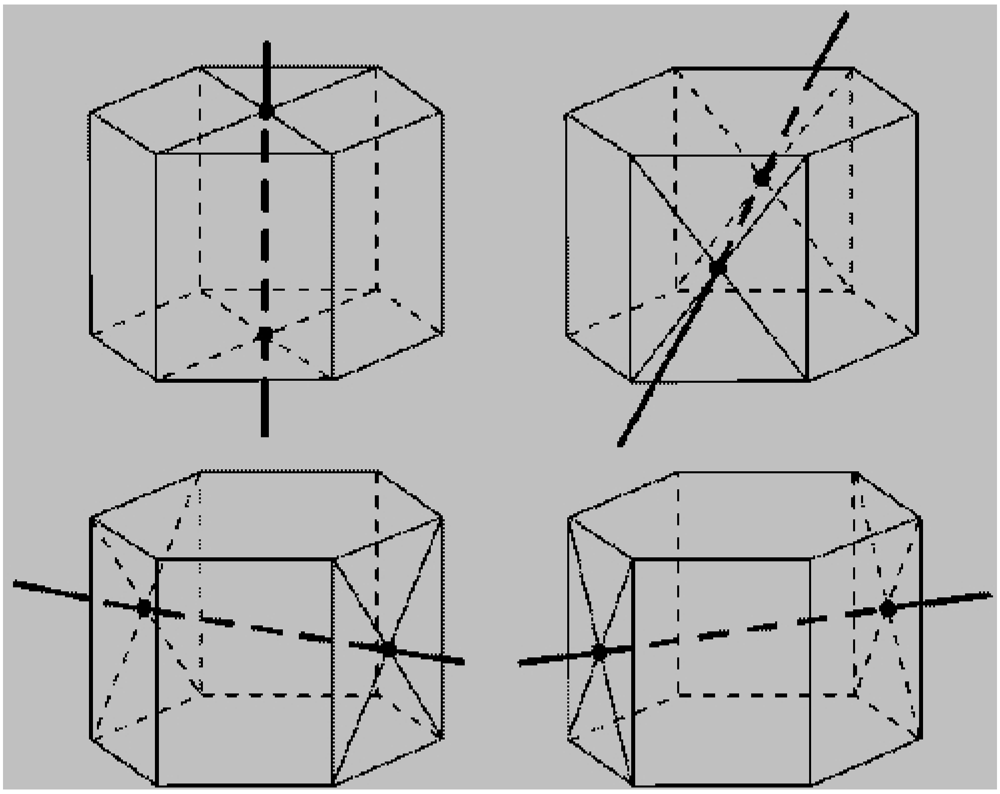
1. Центр симметрии при четном числе сторон основания — точка пересечения диагоналей правильной призмы.



2. Плоскости симметрии: плоскость, проходящая через середины боковых ребер; при четном числе сторон основания — плоскости, проходящие через противолежащие ребра.



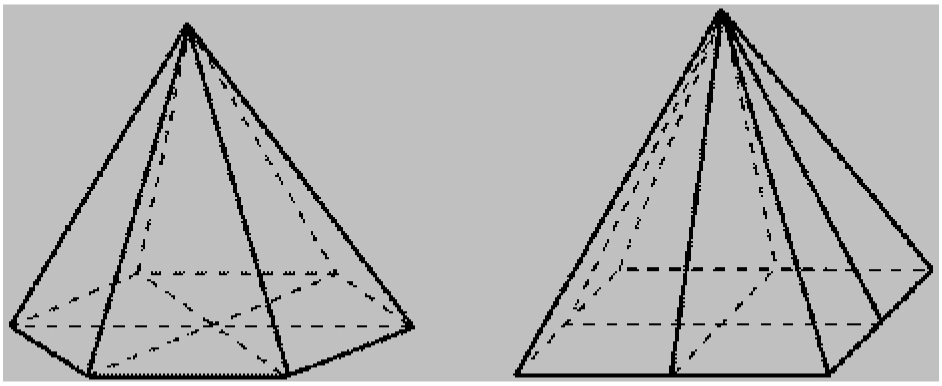
3. Оси симметрии: при четном числе сторон основания — ось симметрии, проходящая через центры оснований, и оси симметрии, проходящие через точки пересечения диагоналей противолежащих боковых граней.



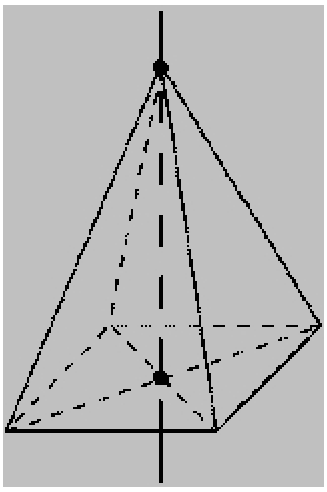
6. Составить конспект по теме: **«Симметрии в пирамиде»**

Симметрия правильной пирамиды

1. Плоскости симметрии: при четном числе сторон основания — плоскости, проходящие через противолежащие боковые ребра; и плоскости, проходящие через медианы, проведенные к основанию противолежащих боковых граней .



2. Ось симметрии: при четном числе сторон основания — ось симметрии, проходящая через вершину правильной пирамиды и центр основания.



7. Решить задания по теме: **«Призма»**

Дана прямая треугольная призма с основаниями ABC и DEF. Пусть O - центр боковой грани BCEF.

1. Постройте точку пересечения M прямой AO с плоскостью, в которой лежит основание DEF.
2. Докажите, что DEMF– параллелограмм.
3. Достройте призму до параллелепипеда так, что отрезок AM стал его диагональю.
4. Пусть AB = AC. Докажите, что прямая DM перпендикулярна BC.

8. Решить задания по теме: **«Пирамида»**

Дана правильная четырехугольная пирамида с вершиной S и квадратом ABCD в основании.

1. Через сторону основания проведите сечение перпендикулярно противолежащей стороне боковой грани.

2. Постройте проекцию сечения на плоскость основания. Исследуйте форму построенных многоугольников.

3. Предполагая, что все ребра пирамиды равны между собой, вычислите косинус угла наклона проведенного сечения к плоскости основания.

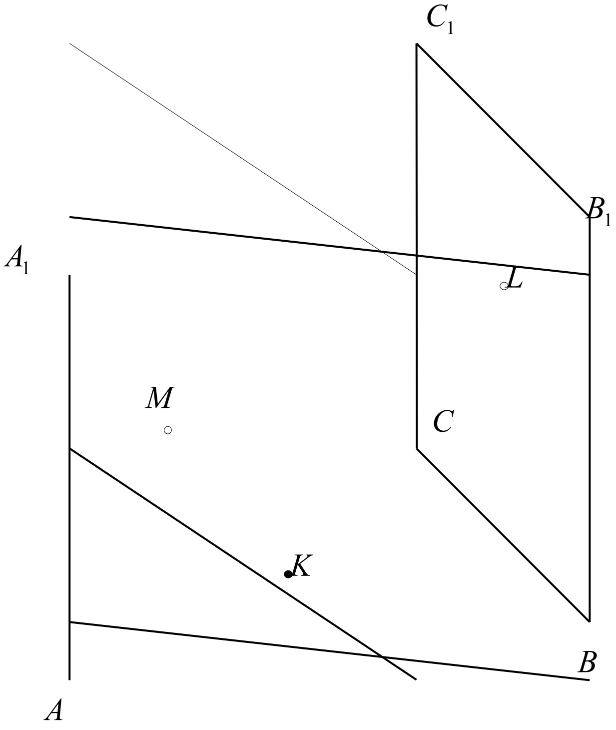
4. В предположении, что все ребра пирамиды равны, достройте ее до октаэдра.

5.Постройте в достроенной пирамиде сечение, симметричное исходному относительно центра основания пирамиды. Определите форму тела, осекаемого от октаэдра двумя проведенными плоскостями.

9. Выполнить контрольную работу по теме: **«Построение сечений призмы»**

1.Изобразите параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки M, N и K, являющиеся серединами ребер AB, BC и DD_1.

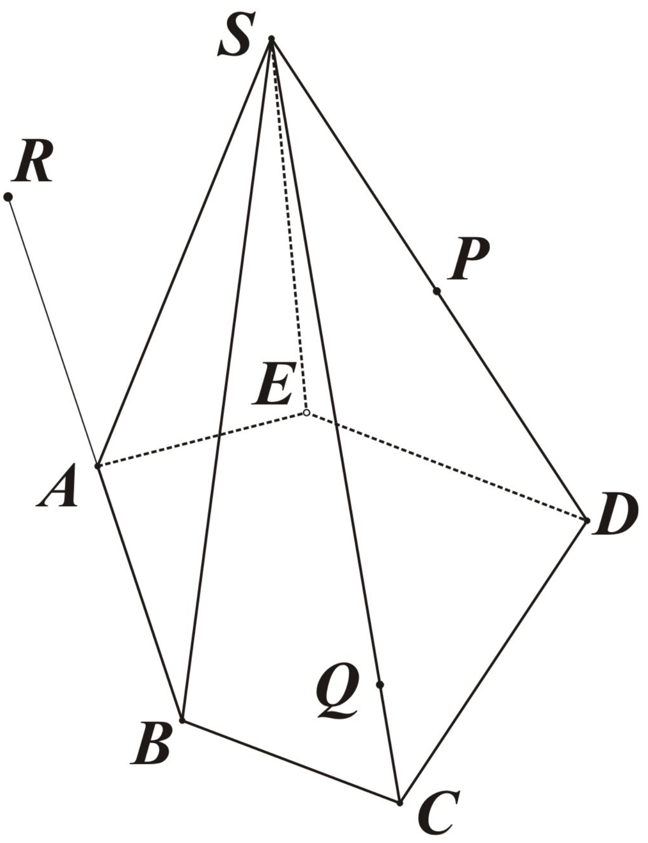
2.Постройте сечение призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью KLM , где $K \in (AA_1B)$, $L \in (BB_1C)$, $M \in (AA_1C)$ так, как показано на рисунке



10. Выполнить контрольную работу по теме: **«Построение сечений пирамиды»**

1.Изобразите тетраэдр $DABC$ и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки M и N, являющиеся серединами ребер DC и BC, и точку K, такую, что $K \in DA$, $AK : KD = 1 : 3$.

2.Постройте сечение пирамиды $SABCDE$ плоскостью PQR, если $P \in SD$, $Q \in SC$, а точка R отмечена на продолжении ребра AB за вершиной A так, как показано на рисунке



11. Выполнить контрольную работу по теме: **«Призма»**

Вариант 1.

1. Найдите высоту правильной шестиугольной призмы (можно дать обозначение призмы: $ABCDEHA_1B_1C_1D_1E_1H_1$), если сторона ее основания равна a, а меньшая из диагоналей – b.
2. Найдите сторону основания и высоту правильной четырехугольной призмы, если площадь ее полной поверхности равна 40 см^2, а боковая поверхность – 32 см^2.
3. В прямом параллелепипеде с высотой 14 м стороны основания $ABCD$ равны 3 м и 4 м, диагональ $AC = 6$ м. Найдите площадь диагонального сечения параллелепипеда, проходящего через вершины B и D.

Вариант 2.

1. Найдите высоту правильной шестиугольной призмы, если сторона ее основания равна a, а большая из диагоналей – b.
2. Найдите сторону основания и высоту правильной четырехугольной призмы, если ее боковая поверхность равна 8 см^2, а полная – 40 см^2.
3. В прямом параллелепипеде с высотой 15 м стороны основания $ABCD$ равны 2 м и 4 м, диагональ $AC = 5$ м. Найдите площадь диагонального сечения параллелепипеда, проходящего через вершины B и D.

12. Выполнить контрольную работу по теме: **«Параллелепипед»**

Вариант 1

1.Изобразите треугольную призму. Обозначьте ее и укажите все основания призмы, боковые ребра и боковые грани.

2.Найдите диагонали прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям: 1 см, 2 см, 2 см.

3 Стороны основания прямоугольного параллелепипеда 3,5 м и 12 м, высота 4 м. Найдите площадь его диагонального сечения.

Вариант 2

1.Изобразите четырехугольную призму. Обозначьте ее и укажите все основания призмы, боковые ребра и боковые грани.

2.Найдите диагонали прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям: 2 см, 3 см, 6 см.

3. Основание прямой треугольной призмы - прямоугольный треугольник с катетами 16 м и12 м, ее боковое ребро 24 м. Найдите площадь полной поверхности призмы.

13. Выполнить контрольную работу по теме: **«Пирамида»**

1 ВАРИАНТ

1.Как называется правильный восьмигранник? Что представляют его грани? Сколько ребер сходится в одной вершине? Сколько у него вершин и ребер?

2.Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды 5м, высота 6м. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

3.Найдите боковое ребро правильной четырехугольной усеченной пирамиды, стороны оснований которой 14 см и 20 см ,а высота 8см.

2 ВАРИАНТ

1.Как называется правильный двенадцатигранник? Что представляют его грани? Сколько ребер сходится в одной вершине? Сколько у него вершин и ребер?

2.Дана правильная четырёхугольная пирамида. Сторона основания 10м, высота 12м.Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

3.Найдите боковое ребро правильной четырехугольной усеченной пирамиды, если стороны ее оснований равны 20 см и 44 см, а высота 16 см.

3 ВАРИАНТ

1.Как называется правильный двадцатигранник? Что представляют его грани? Сколько ребер сходится в одной вершине? Сколько у него вершин и ребер?

2. Найдите площадь полной поверхности правильной четырехугольной пирамиды, боковое ребро которой равно 12см и образует угол 60 ˚с плоскостью основания.

3.В правильной четырехугольной усеченной пирамиде стороны оснований 8 м и 2 м. Высота равна 4 м. Найдите боковое ребро пирамиды.

Тема 3.6 Тела и поверхности вращения

1. Составить конспект по теме: **«Осевые сечения и сечения параллельные основанию цилиндра и конуса»**

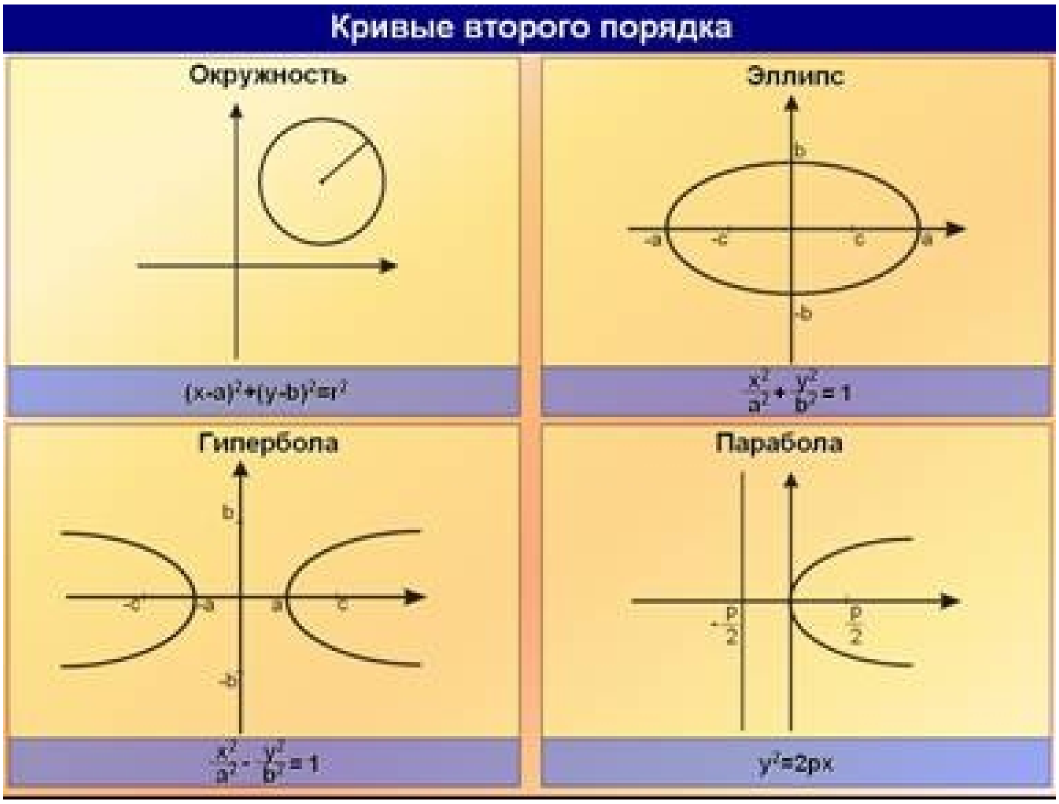
План выполнения работы

1. Прочитайте п.53 стр.91-92, 56 стр.94-95 в учебнике Геометрия под редакцией А.В.Погорелова, 10 – 11 класс.
2. Разберите понятия осевых сечений и сечений, параллельных основанию цилиндра и конуса и запишите в тетрадь.
3.Разберите теоремы 6.1 и 6.2 и запишите их в тетрадь.
4.Выполните задания:
1 вариант: № 5стр.103, 15 стр104
2 вариант: № 6стр.103, 16 стр.104

2. Составить конспект по теме: **«Эллипс, гипербола, парабола как сечения конуса»**

Определение. **Кривыми второго порядка** на плоскости называются линии пересечения кругового конуса с плоскостями, не проходящими через его вершину.

Если такая плоскость пересекает все образующие одной полости конуса, то в сечении получается **эллипс**, при пересечении образующих обеих полостей – **гипербола**, а если секущая плоскость параллельна какой-либо образующей, то сечением конуса является **парабола**.



Замечание. Все кривые второго порядка задаются уравнениями второй степени от двух переменных.

Эллипс.

Определение. **Эллипсом** называется множество точек плоскости, для которых сумма расстояний до двух фиксированных точек F_1 и F_2 этой плоскости, называемых **фокусами**, есть величина постоянная.

Замечание. При совпадении точек F_1 и F_2 эллипс превращается в окружность.

Каноническое уравнение эллипса: [redacted]

Определение. **Эксцентриситетом** эллипса называется величина $e=c/a$.

Определение. **Директрисой** D_i эллипса, отвечающей фокусу F_i, называется прямая, расположенная в одной полуплоскости с F_i относительно оси Oy перпендикулярно оси Ox на расстоянии a/e от начала координат.

Гипербола.

Определение. **Гиперболой** называется множество точек плоскости, для которых модуль разности расстояний до двух фиксированных точек F_1 и F_2 этой плоскости, называемых **фокусами**, есть величина постоянная.

[redacted] **- каноническое уравнение гиперболы**.

Определение. **Эксцентриситетом** гиперболы называется величина $e = c / a$.

Определение. **Директрисой** D_i гиперболы, отвечающей фокусу F_i, называется прямая, расположенная в одной полуплоскости с F_i относительно оси Oy перпендикулярно оси Ox на расстоянии a / e от начала координат.

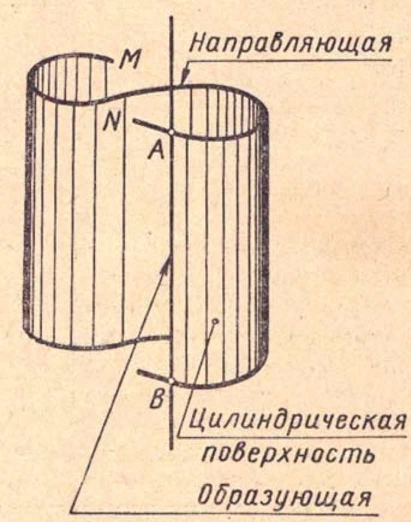
Парабола.

Определение. **Параболой** называется множество точек плоскости, для которых расстояние до некоторой фиксированной точки F этой плоскости равно расстоянию до некоторой фиксированной прямой.
Точка F называется **фокусом** параболы, а прямая – ее **директрисой**.

$y^2 = 2px$ - **каноническое уравнение параболы**.
Величина p называется **параметром** параболы.

3. Составить конспект по теме: **«Цилиндрические и конические поверхности»**

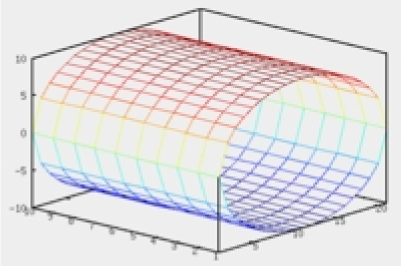
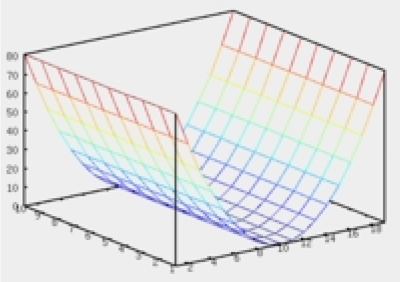
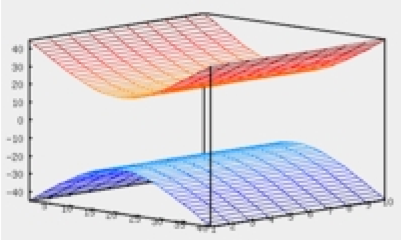
Определение. Пусть в пространстве заданы кривая ℓ и ненулевой вектор a. Поверхность,образованная прямыми, проходящими через всевозможные точки кривой ℓ и коллинеарными вектору a, называется цилиндрической. Кривая ℓназывается направляющей цилиндрической поверхности, а упомянутые выше прямые — ее образующими.



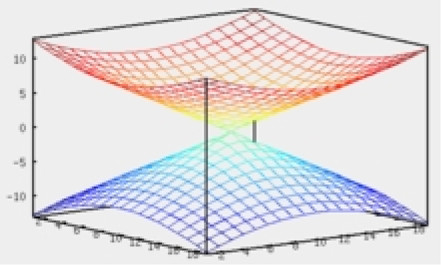
Фиг. 291.

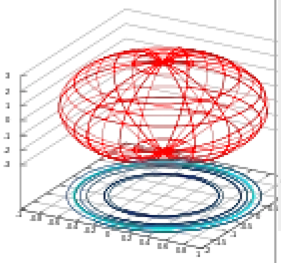
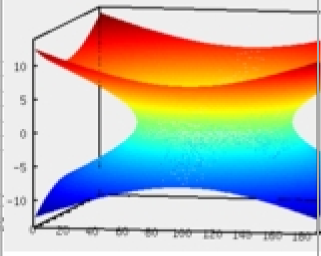
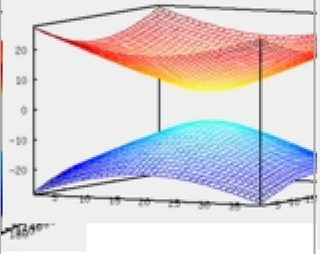
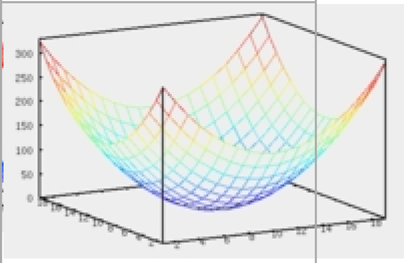
Замечание. Любая цилиндрическая поверхность имеет направляющую, являющуюся плоской кривой.

Эллиптический цилиндр:	Параболический цилиндр:	Гиперболический цилиндр:
	$y^2 = 2px$	

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$		$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$
		
Пара совпавших прямых:	**Пара совпавших плоскостей:**	**Пара пересекающихся плоскостей:**
$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=0$	$y^2=0$	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=0$

Определение. Пусть в пространстве заданы кривая ℓ и точка P, не лежащая на ℓ. Поверхность, образованная прямыми, проходящими через точку P и всевозможные точки кривой ℓ, называется конической. Кривая ℓ называется направляющей конической поверхности, упомянутые выше прямые — ее образующими, а точка P — ее вершиной.



Эллипсоид:	**Однополостной гиперболоид:**	**Двуполостной гиперболоид:**	**Эллиптический параболоид:**
$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=2pz$
			

4. Составить конспект по теме: **«О понятии тела и его поверхности в геометрии»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.64 стр.101-102 в учебнике Геометрия под редакцией А.В.Погорелова, 10 – 11 класс.
2. Разберите понятия внутренней точки, граничной точки, замкнутой области и поверхности тела и запишите в тетрадь.

Тема 3.7 Объемы многогранников

Тема 3.8 Объемы и поверхности тел вращения

1.Сотавить конспект по теме: **«Равновеликие тела»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.69 стр.113-114 в учебнике Геометрия под редакцией А.В.Погорелова, 10 – 11 класс.
2. Разберите понятия равновеликих пирамид и доказательство этого утверждения и запишите это утверждение в тетрадь.
3. Выполните контрольные задания:

Вариант 1: № 29, 31 стр.119
Вариант 2: № 30, 32 стр.119

2. Составить конспект по теме: **«Объем усеченного конуса»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.75 стр.122 в учебнике Геометрия под редакцией А.В.Погорелова, 10 – 11 класс.
2. Разберите задачу 15 и запишите ее в тетрадь.
3. Выполните контрольные задания:

Вариант 1: № 15, 17 стр.129
Вариант 2: № 16, 18 стр.129

3. Составить конспект по теме: **«Объем шарового сегмента и сектора»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.77 стр.124-125 в учебнике Геометрия под редакцией А.В.Погорелова, 10 – 11 класс.
2. Разберите понятия шарового сегмента и шарового сектора и запишите формулы их объемов в тетрадь.
3. Выполните контрольные задания:

Вариант 1: №27, 29, 31 стр.130

Вариант 2: №28, 30, 32 стр.130

Раздел 4. Функции

Тема 4.1 Функции и их графики
Тема 4.2 Предел функции и непрерывность

1. Решить прикладные задачи по теме **«Табличное задание зависимости»**

   По таблице значений переменных x и y определите вид зависимости между ними(а-д). Найдите неизвестные значения параметров (1) и неизвестных переменных (2).

   а) y/x = k, k≠0;
   б) xy = c, c≠0;
   в) $y=ax^2$, a≠0;
   г) y=ax + b, b≠0;
   д) ни одна из указанных.

   1.

x	1	2	3	4
y	-1,6	-1,2	-0,8	-0,4

x	1	2	3	4
y	0,2	0,8	1,8	3,2

x	1	2	3	4
y	12	6	4	3

x	1	2	3	4
y	-0,3	-0,6	-0,9	-1,2

x	1	2	3	4
y	4	2	1,5	1

2.

x	1	2	3	4	5
y	y_1	-4	-6	-8	-10

x	2	x_1	4	6	8
y	12	8	6	4	3

x	x_1	2	3	5	7
y	1	y_1	9	13	17

x	1	x_1	5	x_2	8
y	2	18	50	72	128

x	1	x_1	5	x_2	8
y	1	7	y_1	16	22

2. Решить задания по теме **«Исследование линейной функции на отрезке»**

На отрезке [-3; 2] заданы линейные функции:

1) $y = 2x + 3$;
2) $y = -3x + 7$.

1. Найдите наименьшие и наибольшие значения функций.
2. Обращаются ли указанные функции на заданном отрезке в нуль?
3. Для каждой из указанных функций найдите такой отрезок $[a,\ b]$, чтобы областью значений функции на нем был отрезок [-1; 1].
4. При каких значениях $к$ функция $y = 2x + 3 + к$ (-3x + 7):

1) постоянна;
2) возрастает;
3) имеет график, проходящий через начало координат;
4) имеет положительный корень?

3. Решить задания по теме **«Исследование дробно-линейной функции»**

Дана функция $y=5x/x-2$.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции y на отрезке [0; 1].
2. Какие значения не может принять функция y?
3. Решите неравенство $y - 5 < 0,01$.
4. Какие оси симметрии имеет график функции y?
5. При каких значениях $к$ функция $y =kx/x-2$:
   1) возрастает на отрезке [0; 1];
   2) принимает любое значение, кроме $y = 3$;
   3) имеет график, проходящий через точку (3; 3)?

4. Решить задания по теме **«Симметрия зависимостей»**

1. Среди следующих функций определите четные и нечетные и укажите вид указанной симметрии:

1) $y = x^2 + 1$; 2) $y = x^3 - x$; 3) $y = x + 1$;

4) $y = x^2 + 2x + 1$; 5) $y = x^3 + x^2$;

6) $y = \backslash x\backslash$;

2. Укажите ось симметрии следующих парабол:

1) $y = x^2 + 2x + 1$; 2) $y =x^2 - x$;

3) $y = 2x^2 + x$; 4) $y = x^2 + px + q$.

3. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$. Докажите тождество $f(1 - x) = -f(x +1)$. Дайте геометрическую интерпретацию этого тождества. Сделайте замену $x = z + 1$ и докажите, что функция $y =f(z + 1)$ является нечетной.

5. Решить задания по теме **«Композиция дробно-линейных функций»**

Дана функция $y = f_1(x)$, где $f_1(x)=1/x+1$.

1.Вычислите следующие композиции функций:

1) $y=f_2(x) = f_1(f_1(x))$;
2) $y=f_3(x) = f_2(f_1(x))$;
3) $y=f_4(x) = f_3(f_1(x))$.

2.Выпишите последовательность a_n:a_1, a_2, a_3,… . Вычислите 10 ее членов. Докажите или проверьте, что $a_n=a_{n-1}+a_{n-2}$,т.е. что каждый член этой последовательности равен сумме двух предыдущих. (Полученная последовательность называется последовательностью чисел Фибоначчи в честь открывшего ее итальянского математика, жившего в 12 веке.)

6. Решить задания по теме **«Уравнение окружности»**

1.Докажите, что каждое из уравнений $x^2-2x+1+y^2=4$, $x^2+y^2+4y=5$, $x^2-3x+y^2+2y=0$ задает окружность. Найдите центры и радиусы этих окружностей.

2. Докажите, что точки пересечения парабол $y=x^2+x-40$ и $x=y^2+y-41$ лежат на одной окружности.

3. Изобразите на координатной плоскости фигуры, задаваемые следующими неравенствами:

1) $x^2+y^2\leq 4$; 2) $4x^2+4y^2\geq 4x+2$.

7. Решить задания по теме **«Нули квадратичной функции»**

Число корней квадратичной функции $f(x)=ax^2+bx+c$ можно определять не только с помощью дискриминанта. Докажите следующие утверждения.

1. Если для некоторых чисел α и β произведение $f(\alpha)f(\beta)$ отрицательно, то квадратичная функция имеет два вещественных корня.
2. Если для некоторого числа α произведение $\alpha f(\alpha)$ отрицательно, то квадратичная функция имеет два вещественных корня.
3. Если $a\,(a+b+c)<0$, то квадратичная функция имеет два вещественных корня.
4. Если $c\,(a-b+c)<0$, то квадратичная функция имеет два вещественных корня.

8. Выполнить контрольную работу по теме: **«Простейшие зависимости»**

Вариант1.

1. Разложите на множители квадратный трёхчлен:

а) $x^2-14x+45$; б) $3y^2+7y-6$.

2. Постройте график функции $y = x^2-2x-8$.

найдите с помощью графика:

а) значение y при $x = -1{,}5$;

б) значения x, при которых y = 3;
в) нули функции;
г) промежутки, в которых y>0 и в которых y<0;
д) промежуток, в котором функция возрастает.
3. Сократите дробь
$\frac{3p^2+p-2}{4-9p^2}$
4. Найдите наименьшее значение квадратного трёхчлена
$x^2-6x+11$.
5. Не выполняя построения, определите, пересекаются ли парабола $y= 1/3\ x^2$ и прямая
$y= 6x -15$.
Если точки пересечения существуют, то найдите их координаты.

Вариант2.

1. Разложите на множители квадратный трёхчлен:
а) $x^2-10x+21$; б) $5y^2+9y-2$.
2. Постройте график функции $y = x^2-4x-5$.
найдите с помощью графика:
а) значение y при x = 0,5;
б) значения x, при которых y = 3;
в) нули функции;
г) промежутки, в которых y>0 и в которых y<0;
д) промежуток, в котором функция убывает.
3. Сократите дробь
$\frac{4p^2+7p-2}{1-16p^2}$
4. Найдите наименьшее значение квадратного трёхчлена
$-x^2+4x+3$.
5. Не выполняя построения, определите, пересекаются ли парабола $y= 1/2\ x^2$ и прямая
$y= 12-x$.
Если точки пересечения существуют, то найдите их координаты.

9. Выполнить контрольную работу по теме: **«Квадратичная функция»**

Вариант 1

1.Разложите на множители квадратичный трехчлен:
а) $x^2-14x+45$;   б) $3y^2 +7y -6$
в) $x^2-10x+21$;   г) $5y^2 +9y -2$
2. Постройте график функции:
$y = x^2 -2x -8$
$y =x^2 -4x -5$

3. Найдите с помощью графика:

а) значение у при $x = 0,5$;

б) значение х при которых $y = -1$; $y=2$;

в) нули функции, промежутки, в которых $y>0$ и в которых $y<0$

г) промежуток в котором функция возрастает.

Вариант 2

1.Разложите на множители квадратичный трехчлен:

а) $x^2-12x+35$; б) $7y^2+19y-6$

в) $x^2-18x+45$; г) $9y^2+25y-6$

2. Постройте график функции:

$y=x^2-6x+5$

$y=x^2-8x+13$

3. Найдите с помощью графика:

а) значение у при $x = 0,5$;

б) значение х при которых $y = -1$; $y=2$;

в) нули функции, промежутки, в которых $y>0$ и в которых $y<0$

г) промежуток, в котором функция возрастает.

10. Выполнить контрольную работу по теме: **«График показательной функции»**

Вариант 1

№1. Выпишите все возрастающие функции:

1) $y=7^x$; 2) $y=\left(\sqrt{3}\right)^x$; 3) $y=\left(\frac{\pi}{4}\right)^x$; 4) $y=\left(\sqrt{2}-1\right)^x$.

№2. Изобразите схематически график функции $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$.

№3. Найдите область значений функции $y=6+3\cdot 2^{\sin x}$.

Вариант 2

№1. Выпишите все убывающие функции:

1) $y=\left(\frac{2}{9}\right)^x$; 2) $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$; 3) $y=\left(\frac{\pi}{3}\right)^x$; 4) $y=\left(\sqrt{3}-1\right)^x$.

№2. Изобразите схематически график функции $y = 7^x$.

№3. Найдите область значений функции $y=8+2\cdot 3^{\cos x}$.

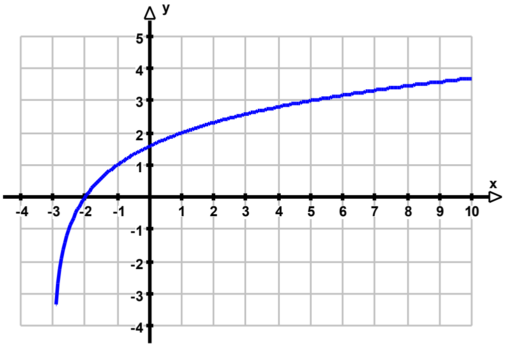
11. Выполнить контрольную работу по теме: **«График логарифмической функции»**

Вариант 1

№1. Найдите область определения функции $y=\lg\frac{3x-x^2}{x-2}$.

№2. Вычислите: $\log_{\sqrt{2}}\left(2\sin\frac{\pi}{8}\right)-\log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}\left(\cos\frac{\pi}{8}\right)$.

№3. Укажите функцию, график которой изображен на рисунке:



1) $y=\log_2(x-3)$;
2) $y=\log_2(x+3)$;
3) $y=\log_2 x-3$;
4) $y=\log_2 x+3$;
5) $y=-\log_2(x-3)$.

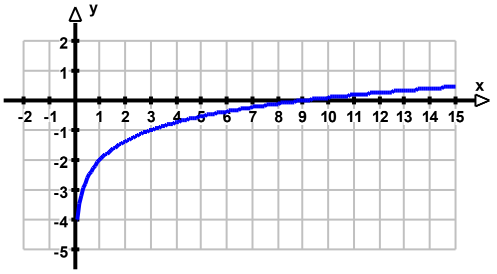
№4. Изобразите схематически график функции $y=\log_{0,5}x$.

Вариант 2

№1. Найдите область определения функции $y=\lg\frac{4x-x^2}{x+5}$.

№2. Вычислите: $\log_{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{\pi}{8}+\sin\frac{\pi}{8}\right)-\log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}\left(\cos\frac{\pi}{8}-\sin\frac{\pi}{8}\right)$.

№3. Укажите функцию, график которой изображен на рисунке:



1) $y=\log_3(x-2)$;
2) $y=\log_3(x+2)$;
3) $y=\log_3 x-2$;
4) $y=\log_3 x+2$;
5) $y=-\log_3(x-2)$.

№4. Изобразите схематически график функции $y=\log_{0,5}x$.

12. Выполнить контрольную работу по теме: **«Функции»**

Вариант 1

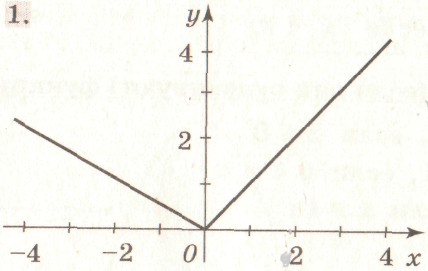
1. Найдите область определения функции у = $\sqrt{\frac{x+4}{x-2}}$.
2. График какой функции является результатом параллельного переноса

графика функции у= x^{2}.3 ^{2} на 2 единицы вправо и на 1 вверх?

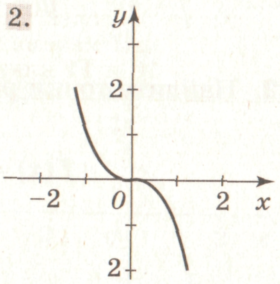
а) у = $(x+2)^{2}$.3 ^{2} +1; б) у = $(x-2)^{2}$.3 ^{2} +1; в) у = $(x-2)^{2}$.3 ^{2} -1. Сделайте рисунок.

3. На каком рисунке изображен график четной функции?

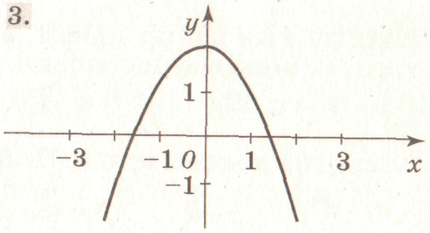
1.



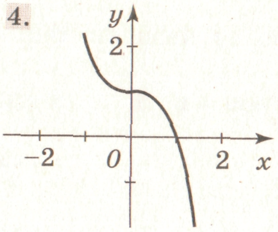
2.



3.

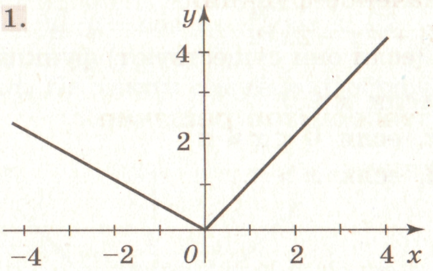


4.

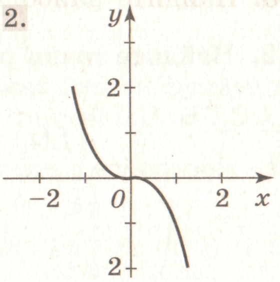


4. На каком рисунке изображен график нечетной функции?

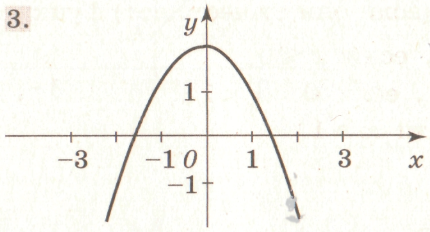
1.



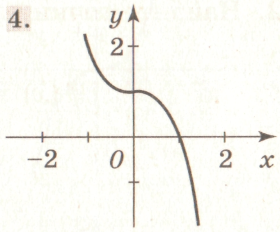
2.



3.



4.



5. Какая из данных функций убывает на всей ее области определения?

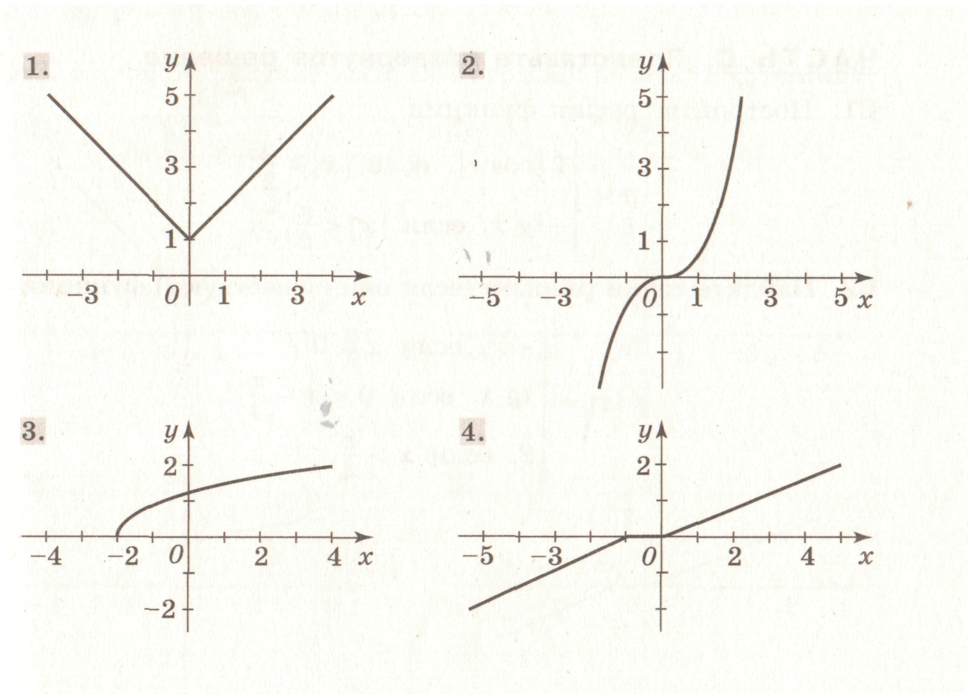
а) у = 2^{x}.3 ^{x} ; б) у = x^{2}.3 ^{2} ; в) у = $\log_{\frac{1}{3}}$.3 $_{\frac{1}{3}}$ x; г) у =cos x.

Вариант 2

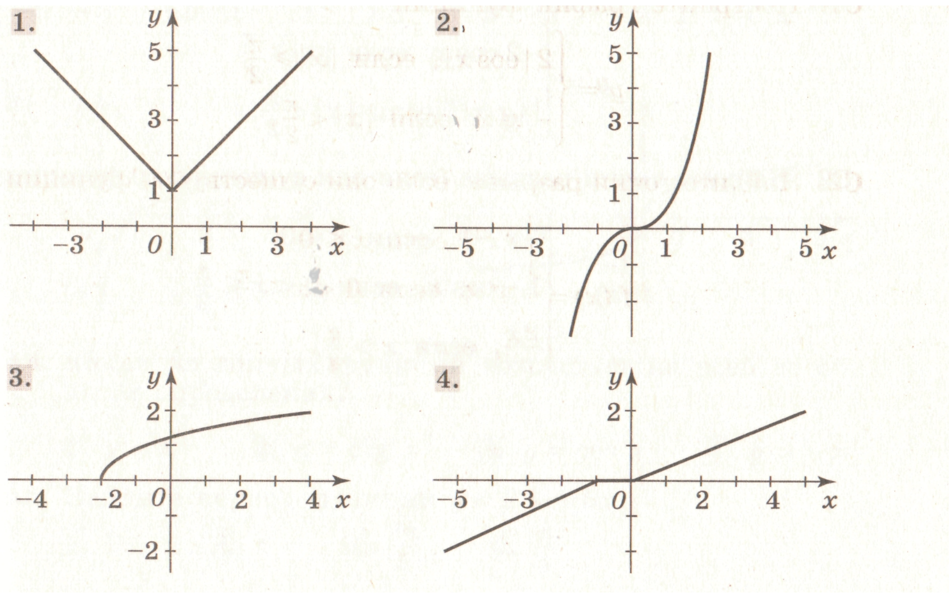
1. Найдите область определения функции у = $\sqrt{\frac{x-4}{x+3}}$.
2. График какой функции является результатом параллельного переноса графика функции у=x^{2}.3 ^{2} на 2 единицы влево и на 2 вниз?

а) у =$(x+2)^{2}$.3 ^{2} +2; б) у =$(x-2)^{2}$.3 ^{2} -2; в) у =$(x+2)^{2}$.3 ^{2} -2. Сделайте рисунок.

3. На каком рисунке изображен график четной функции?



4. На каком рисунке изображен график нечетной функции?



5. Какая из данных функций возрастает на всей ее области определения?
а) у =2^{x}.3 ^{x} ; б) у = x^{2}.3 ^{2} ; в) у =$\log_{\frac{1}{3}}$.3 $_{\frac{1}{3}}$ x; г) у =cos x.

Тема 4.3 Обратные функции

1. Составить конспект по теме: **«Теоремы о пределах последовательностей. Переход к пределам в неравенствах»**

Определение 1. Число a называется *пределом* последовательности (x_n), если для любого положительного числа ε найдется член последовательности такой, что все члены последовательности (x_n), следующие за ним, отстоят от a меньше, чем на ε.

Определение 2. Число A называется пределом x_n, если

$$\forall\ \varepsilon > 0\ \exists\ N: \forall\ n > N\ |x_n - A\ | < \varepsilon$$

Теорема. Если элементы сходящейся последовательности $\{x_n\}$, начиная с некоторого номера, удовлетворяют неравенству $x_n \geq b$ ($x_n \leq b$), то и предел a этой последовательности удовлетворяет неравенству $a \geq b$ ($a \leq b$).

Замечание. Элементы сходящейся последовательности $\{x_n\}$ могут удовлетворять строгому неравенству $x_n > b$, однако при этом предел a может оказаться равным b. Например, если $x_n = \frac{1}{n}$, то $x_n > 0$, однако $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$.

Следствие 1. Если элементы x_n и y_n сходящихся последовательностей $\{x_n\}$ и $\{y_n\}$, начиная с некоторого номера, удовлетворяют неравенству $x_n \leq y_n$, то их пределы удовлетворяют такому же неравенству:

$$\lim_{n\to\infty} x_n \leq \lim_{n\to\infty} y_n.$$

Выполните задания.

1. Постройте несколько членов рекуррентно заданной последовательности: $x_{n+1} = 1 + 1/x_n$, $x_0 = 1$.

2. Является ли последовательность монотонной?

3. Рассмотрите последовательности из чётных и нечётных членов данной последовательности. Можно ли утверждать, что они монотонные? Каков характер монотонности?

4*. Докажите существования предела на основе принципа сжатой последовательности.

5. Найдите квадратное уравнение, один из корней которой является пределом данной последовательности.

2. Выполнить контрольную работу по теме: **«Предел функции»**

1 ВАРИАНТ

ВЫЧИСЛИТЕ ПРЕДЕЛЫ:

а) [redacted];

б) [redacted];

в) [redacted].

2 ВАРИАНТ

ВЫЧИСЛИТЕ ПРЕДЕЛЫ:

а) [redacted];

б) [redacted];

в) [redacted].

Тема 4.4 Производная

1.Решить прикладные задачи по теме: **«Приложение производной в механике»**

1.Движение точки задано уравнением x = x(t). Найдите среднюю скорость движения точки на данном промежутке времени:

а) x(t) = t^2 – 2, [1;4\3]; б) x(t) = t\ t^2 – 1, [2;2,1].

2. Движение точки задано уравнением x = x(t). Найдите:

а) моменты остановки;

б) моменты времени, в которые сила, действующая на тело равна данному числу F (массу тела считать равной единице);

в) промежутки времени, где скорость тела положительна:

x(t) = 1\4t^4 – 2t^2 + 3, F = 0;

x(t) = 1\4t^4 – 1\2t^2 + 1, F = 5.

3.Точка движется прямолинейно по закону x = x(t). Найдите:

1) скорость и ускорение движения точки при t = 1;

2) при каких значениях t точка останавливается:

x(t) = 2t^3 + 0,5t^2 – t

x(t) = 4\3t^3 – 3t^2 + 2t.

2. Решить прикладные задачи по теме: «**Приложение производной в геометрии»**

1. В шар радиусом, равным R, вписаны цилиндр и конус. Найдите:

1) радиусы оснований цилиндра и конуса, длину образующей конуса l как функции расстояния от центра шара до основания;

2) высоту, при которой площадь боковой поверхности конуса будет максимальной;

3) значение радиуса r, при котором площадь боковой поверхности цилиндра будет максимальной.

2. В треугольнике один из углов равен 60°, отношение сторон, образующих этот угол, равно t. Найдите:

1) отношение k = k(t) суммы квадратов всех сторон треугольника к его площади;

2) наименьшее значение отношения k;

3) постройте график функции k = k(t);

4) решите неравенство k(t) ≥ 16\√3.

3. Выполнить контрольную работу по теме: **«Связь свойств функции и производной»**

Вариант 1.

1) Найдите промежутки монотонности и точки экстремума функций:

а) $y=6x-2x^{3}+1$;

б) $y=xe^{x}.3\quad^{x}$.

2) Постройте графики функции: $y=x^{4}-4x^{2}+2$.

Вариант 2.

1) Найдите промежутки монотонности и точки экстремума функций:

а) $y=x^{3}-12x-1+1$;

б) $y=\frac{x}{e^{x}}$.

2) Постройте графики функции: $y=x^{4}-6x^{2}+3$.

4. Выполнить контрольную работу по теме: **«Механический смысл производной»**

Вариант 1.

Задан закон прямолинейного движения точки $x(t)=t^{3}-3t^{2}+4.3\quad^{3}-3t^{2}+4$. Определите: а) скорость в момент t=3; б) моменты остановки; в) промежуток времени, в который расстояние от начала отсчета увеличивается.

Вариант 2.

Задан закон прямолинейного движения точки $x(t)=-t^3+6t^2-4$ .3 $^3+6t^2-4$. Определите: а) скорость в момент t=2; б) моменты остановки; в) промежуток времени, в который расстояние от начала отсчета увеличивается.

Тема 4.5 Применение производной

1. Решить задания по теме: «**Кубическая функция. Графическое исследование»**

Даны графики различных кубических функций.

Определите, какой из следующих формул соответствует каждый график:

$y = x^3 - 3x^2 + 3x + 6$;

$y = -x^3 + 3x^2 - 3x$;

$y = x^3 - 3x^2 + 2$;

$y = x^3 - 3x^2 + 5$.

Пользуясь этими графиками, ответьте на приведенные ниже вопросы о кубических функциях.

1.Может ли быть кубическая функция строго монотонной на всей числовой оси?

2. Всякая ли кубическая функция является строго монотонной на?

3. Предположим, что кубическая функция является строго монотонной на. Как различить возрастает она или убывает?

4. Сколько точек экстремума может иметь кубическая функция?

5. Предположим, что кубическая функция имеет две точки экстремума. Как по коэффициентам различить: сначала идет максимум, а затем минимум или наоборот?

6.Сколько корней может иметь кубическое уравнение?

7. Сколько точек пересечения с прямой может иметь график кубической функции?

2.Решить задания по теме: **«Кубическая функция. Теоретическое исследование»**

Дана кубическая функция вида $y = x^3 + ax^2 + bx + c$.

1.При каком условии (т.е. при каких соотношениях между а, b и с) функция возрастает на всей числовой оси?

2.Будем изменять один из коэффициентов а,b или с, зафиксировав два других. Всегда ли возможно за счет изменения этого коэффициента добиться того, чтобы функция стала возрастающей на всей числовой оси?

3.При каком условии функция у имеет две точки экстремума, причем лежащие по разные стороны от начала координат?

4.Пусть коэффициент а = 0 (т.е. функция имеет вид $y = x^3 + ax^2 + bx + c$). Вычислите число D - произведение значений функции в точках экстремума.

5.Найдите необходимые и достаточные условия для того, чтобы функция $y = x^3 + bx + c$ не была монотонной, но при этом имела бы только один корень.

6.Докажите, что кубическая функция имеет ровно одну точку перегиба.

7.Докажите: если перенести начало координат в точку перегиба, то в новой системе координат кубическую функцию можно записать в виде $y = x^3 + px$.

3. Выполнить контрольную работу по теме: **«Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке»**

Вариант 1.

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции f(x)=$\frac{1}{2}x^2 - 6x - 1$.3

$\frac{1}{2}x^2 - 6x - 1$ на указанных промежутках: а) $[-1;3];б)[-4;-1];в)(-\infty;1]$

Вариант 2.

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции f(x)=$\frac{1}{6}x^3 - 2x + 2$.3

$\frac{1}{6}x^3 - 2x + 2$ на указанных промежутках: а) $[-3;1];б)[3;6];в)(-\infty;2]$

Тема 4.6 Первообразная и интеграл

1.Решить прикладные задачи по теме: «**Приложение интеграла в физике**»

1.Вычислите массу участка стержня от точки $x_1 = 1$ до точки $x_2 = 2$, если его линейная плотность задается формулой $\rho(x) = 4x^3 + 5x + 2$.

2.Вычислите количество электричества, протекающего по проводнику за промежуток времени [2;3], если сила тока задается формулой $I(t) = 3t^2 – 2t +5$.

3.Вычислите работу:

1) затраченную при сжатии винтовой пружины на 6 см, если коэффициент

сжатия равен 1\150;

2) за промежуток времени [4; 9], если мощность определяется по формуле $N(t) = 6\sqrt{t} + t^2$;

3) затраченную при растяжении каучукового шнура на 20 см, если коэффициент растяжения равен 0,008.

2. Решить прикладные задачи по теме: **«Приложение интеграла в геометрии»**

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной заданными линиями:

1) $y = x^2$, $y = 1$, $x = 2$;

2) $y = \cos x$, $y = 0$, $x = - \pi\backslash 4$, $x = \pi\backslash 4$;

3) $y = \sqrt{x}$, $y = 2$, $x = 9$;

4) $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$.

2. Вычислите площадь фигуры, образованной осями координат и касательными, проведенными из точки M (3; 4) к кривой $y = 4x – x^2$.

3.Используя графики подынтегральных функций, изобразите фигуру, площадь которой равна данным выражения. Вычислите ее площадь:

$\int(2 – x^2)dx + \int x^2dx$.

3. Составить конспект по теме: **«Замена переменной. Интегрирование по частям»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.6.2 стр.164-166 в учебнике Алгебра и начала анализа под редакцией С.М. Никольского, 11 класс.
2. Разберите на стр. 164 метод подстановки или замены переменной.
3. Разберите и выпишите в тетрадь примеры 1 – 7.
4. Выполните контрольные задания:

Вариант 1. №6.19(а, в, д), № 6.20(в, г), №6.21(а, в), №6.22(а, б).
Вариант 2. №6.19(б, г, е), № 6.20(а, б), №11.58(б, г), №6.22(в, г).

4. Составить конспект по теме: **«Приближенное вычисление определенного интеграла»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.6.5 стр.172-175 в учебнике Алгебра и начала анализа под редакцией С.М. Никольского, 11 класс.
2. Разберите на стр. 172-173 метод трапеций для приближенного вычисления интеграла.
3. Разберите и выпишите в тетрадь примеры 1 – 2.

4. Решите №6.37-№6.38, (устно).
5. Выполните контрольные задания:

Вариант 1. №6.39-6.40(а), № 6.43(а, в).
Вариант 2. №6.39-6.40(б), № 6.43(б, г).

Раздел 5. Уравнения. Неравенства. Системы

Тема 5.1 Уравнения - следствия

1. Составить конспект по теме: **«Уравнения-следствия»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.7.1 стр.205-207 в учебнике Алгебра и начала анализа под редакцией С.М. Никольского, 11 класс.
2. Выпишите в тетрадь понятие уравнения-следствия, основные преобразования, приводящие к уравнению-следствию.
3. Решите №7.1 (устно).
4. Выполните контрольные задания:

Вариант 1. №7.2, № 7.4(а, в), №7.5(а).
Вариант 2. №7.3, № 7.4(б, д), №7.5(б).

2. Составить конспект по теме: **«Преобразования, приводящие к уравнению-следствию»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.7.4 стр.214-215 в учебнике Алгебра и начала анализа под редакцией С.М. Никольского, 11 класс.
2. Разберите и выпишите в тетрадь примеры 1 – 5.
3. Выполните контрольные задания:

Вариант 1. №7.28(а - в), № 7.29(г - е), №7.34(а).
Вариант 2. №7.28(г – е), № 7.29(а - в), №7.34(б).

3. Составить конспект по теме: **«Равносильность уравнений на множествах»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.8.1 стр.220-221 в учебнике Алгебра и начала анализа под редакцией С.М. Никольского, 11 класс.
2. Выпишите в тетрадь понятие равносильности уравнений на данном множестве, основные преобразования, приводящие данное уравнение к уравнению, равносильному ему на множестве.
3. Решите №8.1, №8.3 (устно).
4. Выполните контрольные задания:

Вариант 1. №8.2(а, б), № 8.4(а - г).
Вариант 2. №8.2(в, г), № 8.4(д - ж).

4. Составить конспект по теме: **«Уравнения с дополнительными условиями»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.10.6 стр.281-282 в учебнике Алгебра и начала анализа под редакцией С.М. Никольского, 11 класс.
2. Разберите и выпишите в тетрадь примеры 1 – 2.
3. Выполните контрольные задания:

Вариант 1: №10.31(а), 10.32(а,в), 10.34(б,г)
Вариант 2: №10.31(б), 10.32(б,г), 10.34(а,в)

5. Составить конспект по теме: **«Уравнения с модулями»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.12.1 стр.303-306 в учебнике Алгебра и начала анализа под редакцией С.М. Никольского, 11 класс.
2. Запишите в тетрадь в чем заключается метод промежутков для решения уравнений.
3. Разберите и выпишите в тетрадь примеры 1 –4.
4. Выполните контрольные задания:

Вариант 1: №12.1(а-в), 12.2(а,в), 12.3(б), 12.4(б)
Вариант 2: №12.1(г-е), 12.2(б,г), 12.3(а), 12.4(а)

Тема 5.2 Равносильность неравенств на множествах

1. Составить конспект по теме: **«Неравенства с дополнительными условиями»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.11.6 стр.298-300 в учебнике Алгебра и начала анализа под редакцией С.М. Никольского, 11 класс.
2. Разберите и выпишите в тетрадь примеры 1 – 2.
3. Выполните контрольные задания:

Вариант 1: №11.48(а), 11.49(а), 11.50(б), 11.51(б)
Вариант 2: №11.48(б), 11.49(б), 11.50(а), 11.51(а)

2. Составить конспект по теме: **«Неравенства с модулями»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.12.2 стр.307-310 в учебнике Алгебра и начала анализа под редакцией С.М. Никольского, 11 класс.
2. Запишите в тетрадь в чем заключается метод промежутков для решения неравенств.
3. Разберите и выпишите в тетрадь примеры 1 –2.
4. Выполните контрольные задания:

Вариант 1: №12.10(а,в), 12.11(а,в), 12.12(б)
Вариант 2: №12.10(в,г), 12.11(б,г), 12.12(а)

3. Исследование неравенства $\mathbf{log}_x\,\mathbf{.3}\quad{}_x\;\mathbf{(x\text{-}a)>2}$

1) Решите неравенство при а=-$\frac{3}{4}$.
2) Докажите, что на промежутке х$\rangle$ 1 неравенство равносильно системе неравенств x^2-х+а$\langle$ 0, х$\rangle$ а, х$\rangle$ 1, а на промежутке 0$\langle$ х$\langle$ 1 равносильно системе x^2-х+а$\rangle$ 0, х$\rangle$ а, 0$\langle$ х$\langle$ 1.

Тема 5.3 Равносильность уравнений и неравенств системам

1. Составить конспект по теме: **«Использование областей существования функций»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.13.1 стр.314-316 в учебнике Алгебра и начала анализа под редакцией С.М. Никольского, 11 класс.
2. Разберите и выпишите в тетрадь примеры 1 – 5.
3. Выполните контрольные задания:

Вариант 1: №13.1(а,в), 13.2(а,в), 13.3(б), 13.4(б)
Вариант 2: №13.1(б,г), 13.2(б,г), 13.3(а), 13.4(а)

2. Составить конспект по теме: **«Использование неотрицательности функций»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.13.2 стр.317-318 в учебнике Алгебра и начала анализа под редакцией С.М. Никольского, 11 класс.
2. Разобрать теорему о равносильности уравнений и неравенств системе.
3. Разберите и выпишите в тетрадь примеры 1 –3.
4. Выполните контрольные задания:

Вариант 1: №13.6(а), 13.7(а), 13.8(б)
Вариант 2: №13.6(б), 13.7(б), 13.8(а)

3. Составить конспект по теме: **«Использование ограниченности функций»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.13.3 стр.319-323 в учебнике Алгебра и начала анализа под редакцией С.М. Никольского, 11 класс.
2. Разобрать теорему о равносильности уравнений и неравенств системе.
3. Разберите и выпишите в тетрадь примеры 1 –7.
4. Выполните контрольные задания:

Вариант 1: №13.13(а,б), 13.14(а,в), 13.15(б)
Вариант 2: №13.13(в,г), 13.14(б,г), 13.15(а)

4. Составить конспект по теме: **«Использование свойств синуса и косинуса»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.13.5 стр.328-330 в учебнике Алгебра и начала анализа под редакцией С.М. Никольского, 11 класс.
2. Разберите и выпишите в тетрадь примеры 1 – 3.
3. Выполните контрольные задания:

Вариант 1: №13.35(а,в), 13.36(а,в), 13.37(б), 13.38(б)
Вариант 2: №13.35(б,г), 13.36(б,г), 13.37(а), 13.38(а)

5. Составить конспект по теме: «**Использование числовых неравенств»**

Определение. Говорят, что действительное число a больше (меньше) действительного числа b, если их разность a-b – положительное (отрицательное) число.

Свойства:

1. Если a>b и b>c, то a>c.
2. Если a>b , то a+c>b+c.
3. Если a>b и m>0, то am>bm.
4. Если a>b и m<0, то am<BM.
5. Если a>b и b>c, то a>c.
6. Если a>b и c>d, то a+c>b+d.
7. Если a>b и c>d, то ac>bd, a,b,c,d>0.
8. Если a>b , то $a^n>b^n$,a,b $\geq 0, n\in \mathrm{N}$.
9. Если a>b , то $a^n>b^n$,n-нечетное.

Классические неравенства:

1) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}, a \geq 0, b \geq 0$ (неравенство Коши)

2) $a+\frac{1}{a} \geq 2$

3) $-1 \leq \sin\alpha \leq 1$

4) $-1 \leq \cos\alpha \leq 1$

Историческая справка:

Неравенство (1) называют в честь французского математика Огюста Коши.
Число $\frac{a+b}{2}$ называют **средним арифметическим** чисел a и b;

число $\sqrt{ab}$ называют **средним геометрическим** чисел a и b. Таким образом, неравенство означает, что среднее арифметическое двух положительных чисел не меньше их среднего геометрического.
Иногда применение того или иного числового неравенства к одной из частей уравнения (неравенства) позволяет заменить его равносильной ему системой уравнений.

Часто применяются неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим:

$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab},$ где $a \geq 0, b \geq 0$

(причем равенство здесь возможно лишь при *a* = b), и его следствие:

$a + \frac{1}{a} \geq 2,$ где *a* > 0 (1)

(причем $a + \frac{1}{a} = 2$ тогда и только тогда, когда *a* = 1).

Пример. Решите уравнение $2^x + 2^{-x} = 2\cos\frac{x^2+x}{6}.$ (2)

Решение: Обе части уравнения (2) определены для всех x. Для любого x, применяя неравенство (1), получаем, что справедливо неравенство

$2^x + 2^{-x} \geq 2.$ (3)

Для любого x справедливо неравенство

$2^{\cos\frac{x^2+x}{6}} \leq 2.$ (4)

Из справедливости неравенств (3) и (4) следует, что уравнение (2) превращается в верное равенство лишь для тех x, для которых обе части уравнения (2) равны 2, т.е. для x, удовлетворяющих системе уравнений
$2^x + 2^{-x} = 2$

$\cos\frac{x^2+x}{6}=1.$ (5)

Любое решение системы (5) будет решением уравнения (2). Следовательно, уравнение (2) равносильно системе уравнений (5). Решим её.

Первое уравнение системы (5) имеет единственное решение, $x_1=0$, которое удовлетворяет и второму уравнению этой же системы, Поэтому система (5), а значит, и равносильное ей уравнение (2) имеют единственное решение x_1.

Ответ: 0.

6. Составить конспект по теме: **«Использование производной для решения уравнений и неравенств»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.13.4 стр.325-328 в учебнике Алгебра и начала анализа под редакцией С.М. Никольского, 11 класс.
2. Разобрать утверждение о использовании монотонности и экстремумов при уравнений и неравенств.
3. Разберите и выпишите в тетрадь примеры 1 –5.
4. Выполните контрольные задания:

Вариант 1: №13.27(а,б), 13.28(а,в), 13.29(б)
Вариант 2: №13.27(в,г), 13.28(б,г), 13.29(а)

7. Выполнить контрольную работу по теме: **«Алгебраические уравнения и неравенства»**

ВАРИАНТ 1

1.Решите уравнение
$\sqrt{2x}=1-x$

2.Решите уравнение
$log_5(x-1)*\sqrt{-x^2+2x+3}=0$

3.Решите неравенство
$(1-x)\lg(x+2)<0$

4.Решите уравнение
$\frac{x^2-4}{x+2}=0$

5.Решите уравнение
$\sqrt[6]{2x^2-2}=\sqrt[6]{4x-1}$

ВАРИАНТ 2

1.Решите уравнение
$\sqrt{2x+2}=1-x$

2.Решите уравнение
$log_5(1-x)*\sqrt{-x^2+x+6}=0$

3.Решите неравенство
$(2-x)\log_{0,5}\ (x+3) > 0$

4.Решите уравнение
$\frac{x^2-9}{x-3} = 0$

5.Решите уравнение
$\sqrt[4]{2x^2-\ 1} = \sqrt[4]{6x-4}$

8. Выполнить контрольную работу по теме: **«Показательные и логарифмические уравнения и неравенства»**

1 ВАРИАНТ

1. Решите показательное неравенство.
   $(\frac{7}{9})^{2x^2}$ EMBED Equation.3 $^{-3x}$ ≥ EMBED Equation.3 $\frac{9}{7}$
2. Решите логарифмическое неравенство.
   $\log_{\frac{1}{2}}(x+5) < -2$
3. Решите логарифмическое уравнение.
   $\log_2(x-7) = 3$
   $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 6 = 0$
4. Решите показательное уравнение.
   $3^{x^2-5x+8} = 9$
   $25^{x} - 6*5^{x} + 5 = 9$
5. Вычислите
   $\text{Log}_6 2 - \text{Log}_6 1/3$

2 ВАРИАНТ

1. Решите показательное неравенство.
   $4^{2x} > 16$
2. Решите логарифмическое неравенство.
   $\log_2(2x-3) < 3$
3. Решите логарифмическое уравнение.
   $\log_4(2-x) = \log_4 3$
   $\lg^2 x - 3\lg x - 4 = 0$
4. Решите показательное уравнение.
   $25^{x} = 5^{3-x}$
   $64^{x} - 8^{x} - 56 = 0$
5. Вычислите
   $\text{Log}_6 2 + \text{Log}_6 3$

9. Выполнить контрольную работу по теме: **«Тригонометрические уравнения и неравенства»**

ВАРИАНТ 1

Решите уравнения

1) $\cos\frac{1}{2}x\frac{1}{2}x = -1$

2) $3\cos^2 x - \sin x - 1 = 0$

3) $\sqrt{3}\sqrt{3}\cos x + \sin x = 0$

4) sin (x - $\frac{3\pi}{5}$ EMBED Equation.3
$\frac{3\Pi}{5}$) = -1

5) $3\sin^2 x + \sin x \cos x - 2\cos^2 x = 0$

6) $\sin 3x = -1$

ВАРИАНТ 2

Решите уравнения

1) $\mathrm{ctg}\, x = \sqrt{3}\sqrt{3}$

2) $\mathrm{tg}^2 x – \mathrm{tg}x + 1 = 0$

3) $\cos x = \sin x$

4) $4\sin x - 1 = 0$

5) $2\sin^2 x + 3\sin x \cos x - 2\cos^2 x = 0$

6) $\mathrm{tg}3x = \frac{\sqrt{3}\sqrt{3}}{3\;3}$

Раздел 6. Элементы теории вероятностей

Тема 6.1 Вероятность события

1. Составить конспект по теме: **«Математическое ожидание»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.14.1 стр.348-351 в учебнике Алгебра и начала анализа под редакцией С.М. Никольского, 10 класс.
2. Разберите понятие математического ожидания и запишите его в тетрадь.

3. Разберите и выпишите в тетрадь примеры 1 –5.

4. Выполните контрольные задания:

Вариант 1: №14.1,14.3,14.5,14.7

Вариант 2: №14.2,14.4,14.6,14.8

2. Составить конспект по теме**: «Сложный опыт»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.14.2 стр.353-354 в учебнике Алгебра и начала анализа под редакцией С.М. Никольского, 10 класс.
2. Разберите понятия независимого опыта и вероятности события и запишите их в тетрадь.
3. Разберите и выпишите в тетрадь примеры 1 –2.
4. Выполните контрольные задания:

Вариант 1: №14.11

Вариант 2: №14.12

3. Составить конспект по теме: **«Формула Бернулли. Закон больших чисел»**

План выполнения работы

1. Прочитайте п.14.3 стр.355-358 в учебнике Алгебра и начала анализа под редакцией С.М. Никольского, 10 класс.
2. Разберите формулу Бернулли и первое и вторые свойства чисел и запишите их в тетрадь.
3. Разберите и выпишите в тетрадь примеры 1 –3.
4. Выполните контрольные задания:

Вариант 1: №14.13,14.15

Вариант 2: №14.14,14.16

4. Решить прикладную задачу: «**Расклад 4х8»**

Колода карт разложена на четыре равные части (роздана четырем игрокам-А , Б , В и Г)

1) игрок А получил восемь карт одной масти;

2) у каждого игрока все карты одной масти;

3) игрок А получил по две карты каждой масти;

4) игрок А получил четыре туза;

5) каждый игрок получил по одному тузу;

6) у игрока А все карты красной масти;

7) у игрока А и Б поровну карт бубновой масти;

8) у игрока А есть хотя бы одна карта каждой масти

5. Решить прикладную задачу: **«Расклад 3х10»**

Колода карт разложена на четыре части. Три из них - А,Б и В (по 10 карт каждому) –розданы игрокам. Четвёртая част- прикуп (2 карты).

1) Известно, что у игрока А четыре карты бубновой масти (бубны). Каковы вероятности следующих событий:

А) в прикупе нет бубен;

Б) одна бубна;

В) две бубны.

2) у игрока А четыре бубны и четыре пики. Вычислите вероятности следующих: а) в прикупе каждая бубна или пика ;

Б) в прикупе нет пик, ни бубен;

В) в прикупе две карты одной масти, отличной от бубен и пик, при этом известно, что у игрока А есть ещё по одной карте других мастей.

2. игрок А знает свои 10 карт и две карты, лежащие в прикупе. Он хочет определить вероятности расклада карт у остальных двух игроков?

1) у игрока А четыре бубны. Какова вероятность того, что остальные четыре бубны попали одному из остальных двух игроков?

2) у игрока А шесть пик. Каковы вероятность, что оставшиеся 2 пики попали разным игрокам?

3) у игрока Б и В на руках пять пик, среди которых один туз. Какова вероятность, что у игрока Б туз и ещё две пики?

4) у игрока А по 5 карт двух мастей, а в прикупе одна карта одной из этих мастей. Какова вероятность того, что ни для какой из этих мастей оставшиеся три карты не попали одному из игроков Б и В

Рекомендуемая литература

1. Атанасян Л.С., В.Ф.Бутузов, С.Б.Кадомцев и др. Геометрия, 10-11кл. сред.шк.: Учеб. для общеобразоват. учреждений/. – М.:Просвещение,

2012-253с.- ISBN 978-5-09-028510-0.

2. Никольский С.М., М.К.Потапов, Н.Н.Решетников, А.В.Шевкин Алгебра и начала анализа: Учебн. Для 10 кл. общеобразоват. учреждений: базовый и профел. уровни- М.: Просвещение, 2010.-430с.- ISBN 978-5-09-024445-9.
3. Никольский С.М., М.К.Потапов, Н.Н.Решетников, А.В.Шевкин Алгебра и начала анализа: Учебн. Для 11 кл. общеобразоват. учреждений.- М.: Просвещение, 2011.-464с.- ISBN 978-5-09-025020-7.
4. Башмаков М.И. Математика: учебн. для учреждений НПО и СПО. – М.: «Академия», 2010. -256с.- ISBN 978-5-7695-6519-9.
5. Башмаков М.И. Математика: 10 класс. Сборник задач: среднее (полное) общее образование.– М.: «Академия», 2010.- 272с.- ISBN 978-5-7695-4339-5.
6. Башмаков М.И.Математика: 11 класс. Сборник задач: среднее (полное) общее образование. – М.: «Академия», 2010.- 288с.- ISBN 978-5-7695-6696-7.